

LÖSUNGEN

1) a) $1 = 31 \cdot 16 + 33 \cdot (-15)$

b) Basis: $(1, x, x^2, \dots, x^{10})$, also $\dim V = 11$.

c) $(x, y, z) = (1, 2, 4) + \mu(3, -7, 5)$

d) $U+W$ hat die Dimension 4, 5 oder 6. Der Durchschnitt X von U und W hat daher Dimension 2, 3 oder 4.

e) A ist selbst schon eine Elementarmatrix! Die Antwort steht daher fertig in 24.17.

f) -10 teilt 10 , 10 teilt -10 , daher nicht antisymmetrisch, daher nicht geordnet.

g) Nein, ist ja nicht einmal eine Teilmenge.

h) $\exists x, y: f(x)=f(y)=0 \wedge x \neq y$

i) $(1, 0, 0, 0)$, $(2, 2, 1, 2)$, $(0, 1, 2, 1)$

j) Ja (Routine-Check: Linearkombination $=0$ setzen).

2) Ist $\ddot{A}R$ nach 11.5 und daher keine OR. Klasse von $(3, 5) = \{(x, y): y^2 = x^2 + 16\}$, eine Hyperbel. Die Faktormenge besteht aus Hyperbeln. Repräsentatensystem: zB positive x - und positive y -Achse.

3) Elemente und Operationen in V/U definieren. Zeigen, dass die Operationen wohldefiniert sind. Zeigen, dass alle VR-Gesetze (Assoziativität, ...) erfüllt sind.

4) 4) Def. „unendliche Menge“ und Gleichmächtigkeit. Beispiele. Erwähnen, dass nicht alle unendlichen Mengen gleichmächtig sind. Satz von Cantor. Continuumshypothese. „Sehr große“ Kardinalzahlen.