Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2 für Physiker - Vorlesung, SS 2012

1.Klausur, am 9.5.2012

Familienname: .... Vorname: ....

Matrikelnummer: ....Studienkennzahl: ....

1. Bitte beantworten die folgenden Fragen. Jede richtige Antwort bringt 5 Punkte. Legen Sie bitte Begründungen und Rechengang bei.
   (a) A sei die Matrix $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}$. Finden Sie optimale Stragegien.
   (b) Wie gross muss die Minimaldistanz eines Codes sein, damit der Code alle 8-fach-Fehler richtig decodieren kann?
   (c) G sei der Graph mit den Knoten 1,2,3,4,5, bei dem genau die geraden Knoten verbunden sind. Bestimmen Sie die Inzidenzmatrix von G.
   (d) B sei die Basis (b_1, b_2, b_3, b_4), C sei die Basis (b_2, b_4, b_1, b_3). Finden Sie die Basistransformationsmatrix von B nach C.
   (e) h gehe vom $mathbbR^3$ in den $mathbbR^2$ mittels $h(x, y, z) = (x, z)$. Ist h linear? Affin?
   (f) Sei h wie in der vorigen Frage. Finden Sie den Kern und das Image von h. Ist h injektiv? Surjektiv?
   (g) B sei die kanonische Basis, C die Basis $((1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0))$. Bestimmen Sie die Matrixdarstellung des obigen h bzgl. B und C.
   (h) Wenn ein lineares Optimierungsproblem mehr als eine Lösung hat, so hat es .... Lösungen.
   (i) Finden Sie eine Matrix A, bei der der Rang von $A + A$ kleiner ist als der Rang von A.
   (j) Finden Sie alle Matrizen, die zur Einheitsmatrix ähnlich sind.
2. (15 Punkte) Stellen Sie die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 5 & 6 & \\ 1 & 0 & & 4 \\ 0 & 1 & 3 & \end{pmatrix}$ als Produkt von Elementarmatrizen dar.
3. (25 Punkte) Zeigen Sie ausführlich, dass für eine lineare Abbildung h von V nach W gilt: $dimV = dimKerh + dimImh$. Begründen Sie dabei jeden Schritt.
4. (10 Punkte) Was muss/soll ein gute Code können? Und wie kann man das erreichen?