

Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik
Algebra und Diskrete Mathematik
2. Übungsblatt für den 22. März 2012

- (5) Zeigen Sie ohne Verwendung der Primfaktorzerlegung, dass für alle $a, b \in \mathbb{N}$ gilt

$$\text{kgV}(a, b) \text{ggT}(a, b) = ab.$$

Hinweis: Zeigen Sie dazu $ab | \text{ggT}(a, b) \text{kgV}(a, b)$ und $\text{kgV}(a, b) | \frac{ab}{\text{ggT}(a, b)}$.

- (6) Lösen Sie folgendes System von Kongruenzen:

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$

$$x \equiv 8 \pmod{9}$$

$$x \equiv 1 \pmod{25}$$

- (7) (a) Seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Unter welchen Voraussetzungen existiert eine Lösung der Gleichung

$$ax + by = c$$

in $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

- (b) Wie kann man eine Lösungen im Falle der Lösbarkeit finden?

- (c) Angenommen $(x_0, y_0) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ist eine spezielle Lösung. Wie sieht dann die allgemeine Lösung aus?

- (8) Bestimmen Sie eine Lösung $(x, y, z) \in \mathbb{Z}^3$ von

$$12x + 15y + 20z = 1.$$