Informations- und Codierungstheorie
4. Übungsblatt für den 30. Oktober 2012

1. Seien $n, k \in \mathbb{N}$, $k \leq n$. Zeigen Sie

$$\binom{n}{k} \leq 2^{n\,H(\frac{k}{n},1-\frac{k}{n})}.$$

Hinweis: $(k + (n - k))^n = n^n$.

2. (a) [2] Zeigen Sie, dass der Code $\{0, 10, 011, 11111\}$ eindeutig decodierbar ist.

   (b) [1] Ist der Code $\{a, c, ad, abb, bad, deb, bbcde\}$ eindeutig decodierbar?

3. Sei (Ω, P) ein endlicher Wahrscheinlichkeitsraum, und sei $X : \Omega \to \{x_1, \ldots, x_M\}$ eine Zufallsvariable. Sei $n \in \mathbb{N}$, und sei $Y : \Omega^n \to \{x_1, \ldots, x_M\}^n$,

$$Y((\omega_1, \ldots, \omega_n)) := (X(\omega_1), \ldots, X(\omega_n)).$$

Sei $\mathcal{C}$ ein eindeutig decodierbarer binärer Code für Y. Zeigen Sie, dass die durchschnittliche Codewortlänge von $\mathcal{C}$ zumindest $n \cdot H(X)$ sein muss.

4. Sei (Ω, P) ein endlicher Wahrscheinlichkeitsraum, und seien $X : \Omega \to M$, $Y : \Omega \to N$ Zufallsvariablen. Welche Eigenschaften müssen X und Y erfüllen, damit $H(X \otimes Y) = H(X)$ gilt?

Literatur

[1] R. B. Ash. *Information theory.* Dover Publications Inc., New York, 1990. Corrected reprint of the 1965 original.

[2] W. Heise and P. Quattrocchi. *Informations- und Codierungstheorie.* Springer-Verlag, Berlin, third edition, 1995.