1.Übungsblatt

1. Beweisen Sie für Vektoren u, v, w (in der Ebene oder im Raum) und reelle Zahlen α, β :

   (a) $(\alpha + \beta)\, u = \alpha u + \beta u$

   (b) $\|\alpha u\| = |\alpha|\; \|u\|$

   (c) $u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$

2. Zeigen Sie: Ein Viereck ist genau dann ein Parallelogramm, wenn die Diagonalen einander halbieren.

3. Gegeben seien die Punkte $P = (2, 3, -2)\,, Q = (7, -4, 1)\,.$

   (a) Bestimmen Sie den Mittelpunkt der Strecke PQ.

   (b) Bestimmen Sie denjenigen Punkt auf der Strecke PQ, der von P dreimal weiter entfernt ist als von Q.

4. Man beweise die Gleichung $\|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = 2\,\|u\|^2 + 2\,\|v\|^2\,.$

5. Man bestimme den Flächeninhalt des durch die Punkte $A = (1, 0, 1)\,, B = (0, 2, 3)\,, C = (2, 1, 0)$ gegebenen Dreiecks. Weiters bestimme man die Höhe des Dreiecks bzgl.der Grundseite AB.

6. Zeigen Sie für Vektoren v, w_1, w_2 :

   Aus $v \perp w_1$ und $v \perp w_2$ folgt $v \perp (\lambda_1 w_1 + \lambda_2 w_2)$ für alle reellen Zahlen λ_1, λ_2.