

**Algebra (Informatik)**  
**2. Übungsblatt für den 8. April 2013**

- (1) (a) Geben Sie eine Gleichung der Form  $ax + by + cz = d$  an, deren Lösungsmenge die Ebene

$$e = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \mid \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}$$

ist.

- (b) Geben Sie die Gerade

$$g := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

als Lösungsmenge von zwei Gleichungen in drei Variablen an.

- (2) (a) Geben Sie die Ebene  $e : 2x - 3y + 6z = 12$  durch einen Punkt auf der Ebene und zwei Richtungsvektoren an.  
 (b) Geben Sie die Gerade  $g : x + y + z = 3, x + y = 0$  durch einen Punkt auf der Geraden und einen Richtungsvektor an.  
 (3) Bestimmen Sie die implizite Darstellung jener Geraden, die parallel zur Geraden  $g$  mit

$$g : X = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

sind und von dieser Abstand 10 haben.

- (4) Bestimmen Sie den Abstand des Punktes  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  von der Ebene  $e$ .

$$e : X = \begin{pmatrix} -24 \\ -53 \\ 13 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Welcher Punkt der Ebene ist dem Punkt  $(0, 0, 0)$  am nächsten?

- (5) Bestimmen Sie den Abstand der Geraden  $g_1$  und  $g_2$ .

$$g_1 : X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$g_2 : X = \begin{pmatrix} -24 \\ -52 \\ 15 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

*Zusatzfrage (freiwillig):* Können Sie auch angeben, welche Punkte auf diesen Geraden einander am nächsten sind?

- (6) Bestimmen Sie alle Lösungen des folgenden Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} 2x_1 - 1x_2 + 1x_3 - 1x_4 + 1x_5 &= 12 \\ 1x_2 + 1x_3 - 1x_4 + 1x_5 &= 4 \\ 1x_3 + 0x_4 - 1x_5 &= 14. \end{aligned}$$

- (7) (a) Bestimmen Sie alle Lösungen des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= -10 \\ -x + 7y + 2z &= -10 \\ 5x - 8y + 5z &= -10. \end{aligned}$$

- (b) Bestimmen Sie alle Lösungen des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} -4x + 2y + 3z &= 12 \\ -6x + 3y + 0z &= -18 \\ 6x - 3y + 2z &= 34. \end{aligned}$$

- (8) Zeigen Sie, dass das Gleichungssystem  $ax + by = 0, cx + dy = 0$  genau dann eine Lösung  $(x, y)$  mit  $(x, y) \neq (0, 0)$  hat, wenn  $ad - bc = 0$ .