

Algebra für Informatik (2015S)

13. Übungsblatt

für den 29. Juni 2015

1. Zeigen oder widerlegen Sie: Verbindet man die Mittelpunkte benachbarter Seiten eines beliebigen Vierecks, so erhält man stets ein Parallelogramm.
2. Es seien a und b zwei teilerfremde ganze Zahlen. Zeigen Sie, dass es eine ganze Zahl x gibt, sodass

$$b \mid 1 - ax.$$

3. Sei p eine Primzahl, und $i \in \mathbb{N}$ sodass $0 < i < p$. Zeigen Sie für den Binomialkoeffizienten $\binom{p}{i}$, dass

$$\binom{p}{i} \equiv 0 \pmod{p}.$$

4. Sei p eine Primzahl. Zeigen Sie

$$\forall z \in \mathbb{N}: z^p \equiv z \pmod{p}$$

mittels Induktion über z .

5. Berechnen Sie

(a) $3^{(4^{25})} \pmod{5}$

(b) $5^{(2^{50})} \pmod{7}$

(c) $3^{(5^{30})} \pmod{7}$

6. Zeigen Sie, dass für alle $a, b \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$a \equiv_n b \Leftrightarrow (a \pmod{n} = b \pmod{n}).$$

7. Berechnen Sie

(a) $\prod_{i=1}^{99} [i]_{100}$

(b) $[20]_3^{-1}$

(c) $[24]_{541}^{-1}$

8. Berechnen Sie

(a) $[3]_7/[5]_7$

(b) $[24]_7^{-3}$

(c) $[17]_{11}^3/[-3]_{11}^2$