Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik
Algebra und Diskrete Mathematik
12. Übungsblatt für den 23.06.16

1. Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ ein über $\mathbb{Q}$ irreduzibles Polynom von Grad n existiert. (*Hinweis*: Eisenstein-Kriterium)

2. Beispiel: 8.10 Nr. 2 und 3 im Skriptum.

3. Seien E und F zwei Körper und sei $\varphi\colon E \longrightarrow F$ ein Ring-mit-Eins-Homomorphismus. Zeigen Sie, dass φ injektiv ist.

4. Zeigen Sie, dass der Ring-mit-Eins-Homomorphismus

$$F\colon \quad \begin{array}{ccc} \mathbb{F}_p & \longrightarrow & \mathbb{F}_p \\ a & \mapsto & a^p \end{array}$$

ein Isomorphismus ist, wobei $p \in \mathbb{P}$ und $\mathbb{F}_p$ ein endlicher Körper der Charakteristik p ist.
Zeigen Sie, dass der Ring-mit-Eins-Homomorphismus

$$G\colon \quad \begin{array}{ccc} \mathbb{Z}_p(x) & \longrightarrow & \mathbb{Z}_p(x) \\ a & \mapsto & a^p \end{array}$$

kein Isomorphismus ist, wobei $p \in \mathbb{P}$ und $\mathbb{Z}_p(x)$ der Quotientenkörper von $\mathbb{Z}_p[x]$ ist. (*Hinweis*: Zeigen Sie, dass $x \notin G\big(\mathbb{Z}_p(x)\big)$)