

Algebra für Informatiker, 1.Übungsblatt

- (schriftliche Abgabe) Zeigen Sie für Vektoren u, v, w (in der Ebene oder im Raum) und reelle Zahlen α, β :
 - $(\alpha + \beta) u = \alpha u + \beta u$
 - $\|\alpha u\| = |\alpha| \cdot \|u\|$
 - $u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$
- Gegeben seien die Punkte $P = (2, 3, -2), Q = (7, -4, 1)$.
 - Bestimmen Sie den Mittelpunkt der Strecke PQ .
 - Bestimmen Sie denjenigen Punkt auf der Strecke PQ , der von P dreimal weiter entfernt ist als von Q .
- Zeigen Sie: Die Mittelpunkte der Seiten eines beliebigen Vierecks sind Eckpunkte eines Parallelogramms.
- (schriftliche Abgabe) Zeigen Sie: In einem Parallelogramm ist die Summe der Diagonalenquadrate gleich der Summe der vier Seitenquadrate.
- Beweisen Sie für den von den Vektoren $u \neq 0, v \neq 0$ eingeschlossenen Winkel α :
 - α ist spitz, genau dann wenn $u \cdot v > 0$ gilt
 - α ist stumpf, genau dann wenn $u \cdot v < 0$ gilt
- Man beweise die Gleichung $\|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2$
- Zeigen Sie für Vektoren v, w_1, w_2 in der Ebene oder im Raum:
Aus $v \perp w_1$ und $v \perp w_2$ folgt $v \perp (\lambda_1 w_1 + \lambda_2 w_2)$ für alle reellen Zahlen λ_1, λ_2 .
- Beweisen Sie für Vektoren u, v, w im \mathbb{R}^3 :
 - $u \times v = -(v \times u)$
 - $u \times (v + w) = u \times v + u \times w, (u + v) \times w = u \times w + v \times w$. Wie kann man diesen 2. Teil schnell aus Teil 1 erhalten?