

Algebra für Informatiker, 2. Übungsblatt

1. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks, dessen Eckpunkte der Ursprung, die Punkte $P = (2, 1, 1)$ und $Q = (1, 2, 2)$, sowie der Punkt $P + Q$ sind.
2. (schriftliche Abgabe)
 - a. Die Gerade, welche durch die Gleichungen $x - y + 3z = 1$ und $2x - y - z = -2$ gegeben ist, soll sowohl in Parameterform als auch in Punktrichtungsform dargestellt werden.
 - b. Geben Sie die Gerade $\{(1, 2, -3) + \lambda(1, 1, 2) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ als Lösungsmenge von zwei Gleichungen in drei Variablen an ("Gleichungsform").
3. Wir betrachten die Ebene, die durch die Richtungsvektoren $(1, 2, 0)$ und $(0, -1, 2)$ aufgespannt wird und durch den Punkt $(1, 2, -3)$ geht. Leiten Sie die Normalform $(X - P) \cdot N = 0$ und die Gleichungsform $ax + by + cz = d$ dieser Ebene her.
4. Die Cheopspyramide hatte ursprünglich eine Seitenlänge von 230m und eine Höhe von 146m. Berechnen Sie den Winkel zwischen zwei benachbarten Seitenflächen der Pyramide.
5. Man berechne die Spiegelung des Punktes $(2, -2, 1)$ an der Ebene $\{\lambda(1, -1, 2) + \mu(3, 0, -2) \mid \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}$.
6. (schriftliche Abgabe) Bestimmen Sie alle Lösungen des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}x + 2y + z + 2w &= -1 \\2x + 4y + z + w &= -7 \\3x + 6y + 4z + 9w &= 2 \\x + 2y - z - 4w &= -11.\end{aligned}$$

7. Zeigen Sie, dass das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}ax + by &= 0 \\cx + dy &= 0\end{aligned}$$

genau dann eine Lösung (x, y) mit $(x, y) \neq (0, 0)$ hat, wenn $ad - bc = 0$ ist.

8. Für welche reellen Zahlen α hat das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x - 3z &= -3 \\2x + \alpha y - z &= -2 \\x + 2y + \alpha z &= 1\end{aligned}$$

- a. keine,
- b. genau eine,
- c. mehrere Lösungen?