

Algebra für Informatiker, 7. Übungsblatt

- Liegt $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ in der linearen Hülle von $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$?
 - Liegt $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ in der linearen Hülle von $\left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \right\}$?
 - Liegt $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ in der linearen Hülle von $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$?
- Finden Sie einen Vektor v in \mathbb{R}^3 , so dass die Vektoren v , $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ nicht linear abhängig sind.
- (schriftliche Abgabe) Finden Sie einen Vektor v in \mathbb{R}^3 , so dass $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ nicht in der linearen Hülle von v und $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ liegt.
- Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$$

und geben Sie Vektoren an, deren lineare Hülle diese Lösungsmenge ist.

- Seien $u, v, w \in \mathbb{R}^m$ linear abhängig. Liegt dann u immer in der linearen Hülle von v und w ?
- (schriftliche Abgabe) Finden Sie alle Unterräume von \mathbb{R}^2 , die $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ enthalten.
- Finden Sie alle Lösungen von
$$\begin{cases} x + 2y = 1, \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$$
mit Koeffizienten aus dem Körper \mathbb{Z}_5 .
- Zeigen Sie, dass je drei Vektoren in \mathbb{R}^2 linear abhängig sind.