

Übungen zur Vorlesung Mathematik 3 für Bachelor Mechatronik

7. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 24./26.11.2014

AUFGABE 25 Hauptvektoren

Bestimmen Sie algebraische und geometrische Vielfachheit der Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sowie eine Basis aus Hauptvektoren.

AUFGABE 26 Lineares Differentialgleichungssystem mit konstanten Koeffizienten

Man bestimme die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems $x' = Ax$ mit

(a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} 8 & 12 & -2 \\ -3 & -4 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

AUFGABE 27 Anfangswertproblem

Lösen Sie das Anfangswertproblem $x_1'(t) = 3x_1(t) + 2x_2(t)$, $x_2'(t) = -5x_1(t) + x_2(t)$ mit $x_1(0) = x_2(0) = 2$.

AUFGABE 28 Mischungsprozesse

Ein Tank K_1 enthalte 100 Liter Wasser, in dem anfänglich 5 Kilogramm Salz gelöst sind, ein Tank K_2 enthalte 300 Liter Wasser, in dem anfänglich ebenfalls 5 Kilogramm Salz gelöst sind. Pro Minute werden ständig 10 Liter Salzlösung von K_1 nach K_2 und 10 Liter Salzlösung von K_2 nach K_1 gepumpt, wobei die Tankinhalte sofort vollständig gemischt werden. Wie groß ist der Salzgehalt $m_i(t)$ in K_i nach t Minuten? Auf welchem Niveau stabilisiert sich schließlich der Salzgehalt in K_i ?