

Übungen zur Vorlesung Mathematik 3 für Bachelor Mechatronik

10. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 12./14.01.2015

AUFGABE 37 Randwertprobleme

Lösen Sie die folgenden Randwertprobleme.

(a) $x''(t) - 3x'(t) - 4x(t) = 0$, $x(0) = 0$, $x(1) = 1$

(b) $-x''(t) + x(t) = 0$, $x'(0) = 1$, $x'(\pi/2) = 1$

AUFGABE 38 Eigenwertproblem

Longitudinalschwingungen $u(x, t)$ eines auf einer Seite eingespannten homogenen elastischen Stabes der Länge L erfüllen die Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

wobei α^2 das Verhältnis von Elastizitätsmodul und Dichte ist. Die Randbedingungen dabei sind $u(0, t) = 0$ und $\frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0$ für alle Zeiten t . Führen Sie den Separationsansatz $u(x, t) = X(x)T(t)$ durch und bestimmen Sie die Frequenzen der Grund- und Oberschwingungen.

AUFGABE 39 Stabilität und Attraktion

Untersuchen Sie das Stabilitäts- und Attraktivitätsverhalten der Differentialgleichung $x'(t) = x(t) - x^2(t)$ für die Librationslösungen. Zeichnen Sie in MATHEMATICA das Richtungsfeld der Differentialgleichung und interpretieren Sie das Ergebnis. Wie heißt diese Differentialgleichung?

AUFGABE 40 Dominierender linearer Anteil und direkte Ljapunov-Methode

Wir betrachten das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= -x_1(t) + x_2(t)^2 \\x_2'(t) &= -x_2(t)^3 - x_1(t)x_2(t).\end{aligned}$$

- (a) Welche Stabilitätsaussage können Sie für die Nulllösung mittels der Methode des dominierenden linearen Anteils treffen?
- (b) Untersuchen Sie das Stabilitäts- und Attraktivitätsverhalten der Nulllösung mittels der Ljapunov-Funktion $V(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$.