*Sommersemester 2016*
A. Hinrichs, E. Lindner, F. Puchhammer, M. Ullrich

# Übungen zur Vorlesung Analysis 2 – 5. Serie

Ankreuzen vor der Übung am 20.04.2016

---

Aufgabe 33 **Partielle Ableitungen I**

Berechnen Sie sämtliche partielle Ableitungen (erster Ordnung) von $f(x, y, z) = z \cdot \arctan(x/y)$.

Aufgabe 34 **Partielle Ableitungen II**

Berechnen Sie sämtliche partielle Ableitungen (erster Ordnung) von $f(x, y, z) = x^{(y^z)}$ (für $x, y > 0$).

Aufgabe 35 **Richtungsableitungen I**

Bestimmen Sie die Richtungsableitung der Funktion $f(x, y) = x^2 y^3$ im Punkt $(x, y) = (-1, 2)$ in Richtung $(\cos\phi, \sin\phi)$ mit $\phi = -\frac{\pi}{3}$.

Aufgabe 36 **Richtungsableitungen II**

Welche Richtungsableitungen existieren von $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ im Punkt (0,0)?

Aufgabe 37 **Richtungsableitungen und Stetigkeit**

Es sei

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{für} \quad (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für} \quad (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass in $(0, 0)$ alle Richtungsableitungen von $f$ existieren, aber $f$ in $(0, 0)$ nicht stetig ist.

Aufgabe 38 **Tangentialebenen**

Geben Sie die Gleichungen der Tangentialebenen und die Normalenvektoren zu den durch folgende Funktionen definierten Flächen in den angegebenen Punkten an.

(a) $z = f(x, y) = 2x^2 + 8y^2$ im Punkt $(3, 2, 50)$.

(b) $z = f(x, y) = x^y$ im Punkt $(1, 1, 1)$.

Aufgabe 39 **Differenzierbarkeit**

Sei $f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^m$ eine Funktion, so dass Zahlen $c > 0$ und $\alpha > 1$ existieren mit $\|f(x)\| \leq c\|x\|^\alpha$ für alle $x$ in einer Umgebung von $0 \in \mathbb{R}^d$. Zeigen Sie, dass $f$ in 0 differenzierbar ist und berechnen Sie die Ableitung.

Aufgabe 40 **Der Wanderer**

Wir stellen uns den Graph der Funktion $z = f(x, y) = \sin(xy)$ als Hügellandschaft vor. Ein Wanderer startet im Punkt $(0, 0, 0)$ und möchte zum Punkt $(1, 1, \sin(1))$ gelangen, dabei aber niemals eine Steigung über 45° überwinden. Kann er das schaffen?