*Sommersemester 2016*

A. Hinrichs, E. Lindner, F. Puchhammer, M. Ullrich

# Übungen zur Vorlesung Analysis 2 – 6. Serie

Ankreuzen vor der Übung am 27.04.2016

---

Aufgabe 38 **Tangentialebenen (aus der letzten Serie)**

Geben Sie die Gleichungen der Tangentialebenen und die Normalenvektoren zu den durch folgende Funktionen definierten Flächen in den angegebenen Punkten an.

(a) $z = f(x, y) = 2x^2 + 8y^2$ im Punkt $(3, 2, 50)$.

(b) $z = f(x, y) = x^y$ im Punkt $(1, 1, 1)$.

Aufgabe 41 **Kettenregel 1**

Für $T(x, y) = x^3 - xy + y^3$ mit $x = \rho\cos\phi$ und $y = \rho\sin\phi$ bestimme man die partiellen Ableitungen $\frac{\partial T}{\partial \rho}$ und $\frac{\partial T}{\partial \phi}$ direkt durch Einsetzen und mittels Kettenregel.

Aufgabe 42 **Kettenregel 2**

Die Funktion $f(\xi, \eta, \zeta)$ besitze stetige partielle Ableitungen erster Ordnung. Durch Einsetzen von

$$\xi = x^2 + y^2, \eta = x^2 - y^2, \zeta = 2xy$$

werde eine Funktion $F(x, y)$ definiert. Berechnen Sie deren partielle Ableitungen erster Ordnung in Abhängigkeit von den partiellen Ableitungen von $f$.

Aufgabe 43 **Jacobi-Matrizen**

Es sei

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad f(\alpha, \beta, \gamma) = (\alpha\beta, \beta\gamma, \gamma\alpha)$$

und

$$F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \quad F(x, y) = (x^2 + y^2, x^2 - y^2, 2xy).$$

(a) Bilden Sie $f \circ F$.

(b) Werten Sie die Jacobi-Matrix $J_{f\circ F}$ im Punkt $(1, 1)$ aus.

(c) Berechnen Sie die Jacobi-Matrizen $J_F(1, 1)$ und $J_f(2, 0, 2)$ und das Produkt $J_f(2, 0, 2) \cdot J_F(1, 1)$.

Aufgabe 44 **Nicht-Differenzierbarkeit der Maximumsnorm**

Sei $x = (\xi_1, \ldots, \xi_d) \in \mathbb{R}^d$ ein Punkt, für den es Indizes $i \neq j$ mit $\xi_i = \xi_j = \|x\|_\infty$ gibt. Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = \|x\|_\infty$ in $x$ nicht partiell differenzierbar ist.

Aufgabe 45 **Nicht-Differenzierbarkeit der Summennorm**

Sei $d \geq 2$ und sei $f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \|x\|_1$ die Summennorm. Zeigen Sie, dass $f$ für $i \neq j$ in $e_i$ nicht in Richtung $e_j$ differenzierbar ist.

Aufgabe 46 **Steilster Anstieg**

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei durch $f(x, y) = x^2y^2$definiert. Bestimmen Sie die Richtung des steilsten Anstiegs im Punkt $(x, y) \neq (0, 0)$.

Aufgabe 47 **Eulerscher Satz für homogene Funktionen**

Sei $D \subseteq \mathbb{R}^d$ eine offene Menge mit der Eigenschaft, dass für $x \in D$ und $\lambda > 0$ auch $\lambda x \in D$ ist. Sei $f : D \to \mathbb{R}$ differenzierbar und homogen vom Grad $\alpha \in \mathbb{R}$, d.h. für $x \in D$ und $\lambda > 0$ gelte $f(\lambda x) = \lambda^\alpha f(x)$. Zeigen Sie, dass dann $f'(x) \cdot x = \alpha f(x)$ gilt.