*Sommersemester 2016*

A. Hinrichs, E. Lindner, F. Puchhammer, M. Ullrich

# Übungen zur Vorlesung Analysis 2 – 9. Serie

Ankreuzen vor der Übung am 25.05.2016

---

Aufgabe 64 **Ideale Gase**

Für ein ideales Gas mit Druck $P$, Volumen $V$ und absoluter Temperatur $T$ gilt die Zustandsgleichung $PV = cT$ mit einer positiven Konstanten $c$. Durch diese Gleichung kann jede der Größen $P, V, T$ als Funktion der beiden anderen Größen geschrieben werden. Beweisen Sie, dass für ein solches Gas die Beziehung

$$\frac{\partial V}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial P}\frac{\partial P}{\partial V} = -1$$

gilt.

Aufgabe 65 **Implizite Funktionen I**

Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$e^{\sin(xy)} + x^2 - 2y - 1 = 0$$

für $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, die genügend nahe bei $(0, 0)$ liegen, nach $y$ aufgelöst werden kann.

Aufgabe 66 **Implizite Funktionen II**

Die Punktmengen $K$ und $L$ in der Ebene seien durch

$$K = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2y + y^3 = 2\right\} \qquad \text{und} \qquad L = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, xy^2 + x^3 = 2\right\}$$

definiert.

(a) Wie stehen die Mengen $K$ und $L$ geometrisch in Zusammenhang?

(b) Finden Sie die Menge aller Punkte $(x_0, y_0) \in K$, zu denen es eine Umgebung $U$ gibt mit

$$K \cap U = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, y = y(x)\right\}$$

für eine auflösende Funktion $y = y(x)$. Lösen Sie das analoge Problem für $L$.

(c) Finden Sie die Gleichung der Tangente an $K$ im Punkt $(1, 1)$.

(d) Lassen sich $K$ und/oder $L$ auch global als Graph einer Funktion beschreiben?

Aufgabe 67 **Implizite Funktionen und Tangentialebene**

Ermitteln Sie die Gleichung der Tangentialebene zu der durch $2^{x/z} + 2^{y/z} = 8$ lokal um den Punkt $(x_0, y_0) = (2, 2)$ implizit definierten Funktion $z(x, y)$, angelegt im Punkt $(x_0, y_0, z_0) = (2, 2, 1)$.

Aufgabe 68 **Implizite Funktionen und Taylorpolynome**

Durch $z^3 + yz - xy^2 - x^3 = 0$ ist implizit eine Funktion $z = z(x, y)$ in einer Umgebung von $(1, 1)$ mit Werten in einer Umgebung von 1 gegeben. Bestimmen Sie deren Taylorpolynom 2. Ordnung.

Aufgabe 69 **Extrema mit Nebenbedingungen**

Man bestimme den Radius $r$ und die Höhe $h$ des Kreiskegels, der bei vorgegebener Mantelfläche $M = 10\pi$ das größte Volumen besitzt.