

Übungen zur Vorlesung Mathematik 3 – 1. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 12.10.2016

AUFGABE 1 Schneebälle, Bonbons und Mottenkugeln ...

... haben gemeinsam, dass sich Ihre Volumina V beim Abschmelzen, Ablutschen, Verdunsten mit einer zeitlichen Rate $\lambda > 0$ proportional zur jeweils vorhandenen Oberfläche F verringern:

$$\frac{dV}{dt} = -\lambda F.$$

Sei etwa r_0 der Radius eines gerade eingeworfenen (kugelförmigen) Bonbons und sei $r(t)$ der Radius des Bonbons nach Ablauf der Zeit t . Bestimmen Sie $r(t)$. Nach welcher Zeit ist der Bonbon auf ein Zehntel seines ursprünglichen Durchmessers geschrumpft, wenn er nach 120 Sekunden die Hälfte seines Durchmessers verloren hat? Nach welcher Zeit ist der Bonbon aufgelutscht?

AUFGABE 2 Ein Verdünnungsproblem

Ein Tank enthält 1000 Liter Wasser, in dem anfänglich 50 Kilogramm eines Salzes gelöst sind. Pro Minute fließen 2 Liter der Salzlösung aus dem Tank und 2 Liter reines Wasser laufen zu. Ein Superrührgerät vermischt laufend alles vollständig. Wieviel Kilogramm Salz sind t Minuten nach Beginn noch in dem Tank vorhanden?

AUFGABE 3 Lösung oder nicht?

Prüfen Sie ob die gegebene Funktion die DGL löst.

(a) $y'(x) + \frac{x + y(x)}{x} = 0$ mit $y(x) = C/x - x/2$.

(b) $(x - x^3)y'(x) + (2x^2 - 1)y(x) - x^3 = 0$ mit $y(x) = x\sqrt{1 - x^2} + x$.

(c) $y'(x) = \frac{y(x)}{x} + 2x^2 \cdot e^{x^2}$ mit $y(x) = x(e^{x^2} + C)$.

AUFGABE 4 implizit und explizit

Bestimmen Sie von den Differentialgleichungen aus Aufgabe 3, welche explizit und welche implizit sind. Formen Sie die impliziten Differentialgleichungen in eine explizite Form um.