

Übungen zur Vorlesung Analysis 1 für Lehramt – 1. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 12.10.2016

AUFGABE 1 Zwei Vorübungen

- Lesen Sie gründlich den „Versuch einer Anleitung zum Studium der Mathematik“ zu finden unter <https://image.informatik.htw-aalen.de/Thierauf/MatheGrundlagen/Handouts/mathe-anleitung.pdf>. Wie lautet die Goldene Regel zum Aufschreiben der Lösungen zu Übungsreihen?
- Lesen Sie die Anleitung zum Bearbeiten eines Übungsblattes, die Sie unter <http://www.alt.mathematik.uni-mainz.de/Members/lehn/le/uebungsblatt> finden. Wie lauten die letzten zwei Sätze? Befolgen Sie diesen Hinweis!

AUFGABE 2 Logisches Schließen

Sind die folgenden Schlüsse korrekt?

- Es gelte: Wenn das Auto weit gefahren ist, so sind die Reifen abgefahren. Das Auto ist nicht weit gefahren.
Schluss: Die Reifen sind nicht abgefahren.
- Es gelte: Wenn der Kaffee schlecht schmeckt, dann hat ihn Hugo zubereitet. Hugo hat den Kaffee nicht zubereitet.
Schluss: Der Kaffee schmeckt gut.
- Es gelte: Veronica geht immer zur Übung.
Schluss: Veronica war noch nie bei einer Übung nicht anwesend.

AUFGABE 3 Was geschieht?

Falls Christa Purzelbäume schlägt, dann isst Bruno Torte. Christa ist genau dann übel, wenn Anton Likör trinkt und Christa Purzelbäume schlägt. Falls Christa übel ist, dann ist Bruno besorgt und isst Torte. Entweder ist Anton traurig oder Christa ist übel. Falls Anton traurig oder Bruno besorgt ist, dann schlägt Christa Purzelbäume. Was geschieht?

AUFGABE 4 Operationen mit Mengen

Es seien die folgenden Mengen gegeben:

$$\begin{aligned} X_1 &:= \{y \in \mathbb{Z} : y \text{ ist gerade}\} \\ X_2 &:= \{y \in \mathbb{Z} : \text{es gibt ein } z \in \mathbb{Z} \text{ mit } y^2 + z^2 \leq 2\} \\ X_3 &:= \{y \in \mathbb{Z} : y \text{ ist durch 6 teilbar}\} \\ X_4 &:= \{y \in \mathbb{Z} : (y^4 + y^2 - 2)(y^2 - 2y) = 0\} \\ X_5 &:= \{y \in \mathbb{Z} : 3y^2 \text{ ist durch 4 teilbar}\} \end{aligned}$$

Geben Sie einfache Beschreibungen von $X_2, X_4, X_5, X_1 \cap X_2, X_3 \cup X_5, X_1 \setminus X_3$ und $X_2 \times X_4$.

AUFGABE 5 Inklusion

Wir benutzen die gleichen Mengen wie in der vorhergehenden Aufgabe. Für welche $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ mit $i \neq j$ gilt $X_i \subseteq X_j$?

AUFGABE 6 **deMorgansche Regeln**

Ist A Teilmenge einer gegebenen Grundmenge X , so schreiben wir kurz $\bar{A} = X \setminus A$ für das *Komplement* von A in X . Seien A, B Teilmengen einer Grundmenge X . Veranschaulichen Sie sich an einem Venn-Diagramm die folgenden deMorgan-Regeln und beweisen Sie diese.

(a) $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}$

(b) $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

(c) An welchem College studierte deMorgan?

AUFGABE 7 **Mathematische vs. natürliche Sprache**

Verneinen Sie in kurzen und grammatikalisch korrekten Worten folgende Aussagen:

(a) Es gibt ein schwarzes Schaf, das gerne Salat frisst.

(b) Alle Studierenden der Analysis sind intelligent und fleißig.

(c) In der Analysisvorlesung schläft Tom und schaut aus dem Fenster.

AUFGABE 8 **Quantoren**

Formalisieren Sie die folgenden Sprichwörter und formulieren Sie die Negation der jeweiligen Aussagen.

(a) Hunde, die bellen, beißen nicht.

(b) Wenn sich zwei streiten, freut sich der Dritte.

(c) Denken Sie sich zwei weitere Beispiele aus.

BEISPIEL: Das Sprichwort *Alle Wege führen nach Rom* kann folgendermaßen formalisiert werden. Sei X eine betrachtete Menge von Objekten (Städte, Menschen, Tiere, Wege etc.). Sei $Weg(x)$ die Aussage x ist ein Weg. Sei $NachRom(x)$ die Aussage x führt nach Rom. Dann ist das obige Sprichwort formalisiert durch

$$\forall x \in X : Weg(x) \Rightarrow NachRom(x)$$

und die Negation

$$\exists x \in X : Weg(x) \text{ und nicht } NachRom(x)$$

oder noch ein bißchen formaler

$$\exists x \in X : Weg(x) \wedge \neg NachRom(x)$$

oder in Umgangssprache *Mindestens ein Weg führt nicht nach Rom.*