Wintersemester 2016/2017
A. Hinrichs, M. Passenbrunner, F. Puchhammer, V. Sturm, A. Thalhammer

Übungen zur Vorlesung Mathematik 3 – 5. Serie

Ankreuzen vor der Übung am 23.11.2016

Aufgabe 17 **Differentialgleichungssystem 1. Ordnung**

Wir betrachten das folgende Differentialgleichungssystem 1. Ordnung:

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= \frac{1}{t}x_1(t) + \frac{2}{t}x_2(t) + \sin t \\ x_2'(t) &= -\frac{1}{t}x_1(t) - \frac{2}{t}x_2(t) + \sin t. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass $\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} \frac{1}{t} \\ -\frac{1}{t} \end{pmatrix}$ zwei linear unabhängige Lösungen des homogenen Differentialgleichungssystems sind. Bestimmen Sie weiters ein Fundamentalsystem und die allgemeine Lösung des zugehörigen homogenen Systems.

Aufgabe 18 **Differentialgleichungssystem 1. Ordnung - Variation**

Wir betrachten weiter das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= \frac{1}{t}x_1(t) + \frac{2}{t}x_2(t) + \sin t \\ x_2'(t) &= -\frac{1}{t}x_1(t) - \frac{2}{t}x_2(t) + \sin t. \end{aligned}$$

Lösen Sie dieses inhomogene System durch Variation der Konstanten.

Aufgabe 19 **Hauptvektoren**

Bestimmen Sie algebraische und geometrische Vielfachheit der Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sowie eine Basis aus Hauptvektoren.

Aufgabe 20 **Lineares Differentialgleichungssystem mit konstanten Koeffizienten**

Man bestimme die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems $x' = Ax$ mit

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 12 & -2 \\ -3 & -4 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$