

Übungen zur Vorlesung Mathematik 3 – 6. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 30.11.2016

AUFGABE 21 Homogenes Differentialgleichungssystem 1. Ordnung

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung $x' = Ax$.

AUFGABE 22 Inhomogenes Differentialgleichungssystem 1. Ordnung

Sei die Matrix A definiert wie in voriger Aufgabe. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$x' = Ax + \begin{pmatrix} e^t \\ \sin t \\ \cos t \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

AUFGABE 23 Ein Gefechtsmodell

Seien $A(t)$ und $B(t)$ die zeitabhängigen Truppengrößen zweier Armeen A und B und seien $\alpha > 0$ bzw. $\beta > 0$ Parameter für die Zerstörungskraft einer Einheit aus der Armee A bzw. B .

1. Stellen Sie ein Differentialgleichungssystem auf, das die Größen $A(t)$ und $B(t)$ beschreibt unter der Annahme, dass die Abnahme der Truppengröße einer Armee proportional zur Größe der jeweils anderen Armee ist. Die Proportionalitätsfaktoren sind gegeben durch α bzw. β .
2. Lösen Sie das System mit den Anfangswerten $A(0) = A_0$ und $B(0) = B_0$.
3. Geben Sie eine Bedingung dafür an (in Termen von A_0, B_0, α, β), dass Armee A das Gefecht für sich entscheidet.

AUFGABE 24 Differentialgleichungen höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^{(5)}(t) + 2x^{(3)}(t) + x'(t) = t^2 + t + 1.$$