A. Hinrichs, M. Passenbrunner, F. Puchhammer, V. Sturm, A. Thalhammer

Übungen zur Vorlesung Mathematik 3 – 7. Serie

Ankreuzen vor der Übung am 06.12.2016

Aufgabe 25 **Dgl. höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten**

Bestimmen Sie den Lösungsraum der Differentialgleichung

$$y^{(5)}(x) - y^{(4)}(x) - 4y^{(3)}(x) + 4y''(x) + 11y'(x) + 5y(x) = 34\,\mathrm{e}^{-2x}.$$

(*Hinweis:* Für Störfunktionen der Form $b\,\mathrm{e}^{ax}$ hilft oftmals der Ansatz $y(x) = c\,\mathrm{e}^{ax}$, wobei $c \in \mathbb{R}$ noch zu bestimmen ist.)

Aufgabe 26 **Phasenportrait eines stark gedämpften Oszillators**

Wir betrachten die Differentialgleichung $x''(t)+x'(t)+x(t) = 0$ des Ortes $x(t)$ eines stark gedämpften Oszillators. Formen Sie die Differentialgleichung in ein System erster Ordnung für die Funktionen $x(t), v(t) = x'(t)$ um. Lösen Sie die Gleichung und zeichnen Sie einige Orts-Geschwindikeits-Phasenkurven des Phasenportraits (für die Plots können Sie zB in Mathematica oder auf www.wolframalpha.com den Befehl `ParametricPlot` aufrufen).

Aufgabe 27 **Laplace Transformation**
Bestimmen Sie die Laplace Transformation von $f(x) = \sinh(ax)$, $a > 0$. Sie können dazu die Identität $\sinh x = (\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x})/2$ verwenden. Leiten Sie weiters aus der Formel $2\sinh^2(x) = \cosh(2x) - 1$ (nicht durch quadrieren der vorherigen Identität!) die Laplace Transformation von $\sinh^2(ax)$ her.

Aufgabe 28 **Anfangswertprobleme und Laplace Transformation**

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'''(x) - y''(x) + y'(x) - y(x) = \mathrm{e}^{2x}, \qquad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = -1$$

mit Hilfe der Laplace Transformation.