

## Übungen zur Vorlesung Mathematik 3 – 8. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 14.12.2016

---

### AUFGABE 29 Randwertprobleme

Lösen Sie die folgenden Randwertprobleme.

1.  $x''(t) + 2x'(t) - 8x(t) = 0$ ,  $x(0) = 1$ ,  $x(1) = 0$
2.  $x''(t) + 4x(t) = 0$ ,  $x'(0) = 1$ ,  $x'(\pi/4) = 1$

### AUFGABE 30 Eigenwertproblem

Longitudinalschwingungen  $u(x, t)$  eines auf einer Seite eingespannten homogenen elastischen Stabes der Länge  $L$  erfüllen die Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Die Randbedingungen dabei sind  $u(0, t) = 0$  und  $\frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0$  für alle Zeiten  $t$ . Führen Sie den Separationsansatz  $u(x, t) = X(x)T(t)$  durch und bestimmen Sie die Frequenzen der Grund- und Oberschwingungen.

### AUFGABE 31 Stabilität und Attraktion I

Untersuchen Sie das Stabilitäts- und Attraktivitätsverhalten der Differentialgleichung  $x'(t) = x(t) + x^2(t)$  für die Librationslösungen. Zeichnen Sie in MATHEMATICA das Richtungsfeld der Differentialgleichung und interpretieren Sie das Ergebnis.

### AUFGABE 32 Stabilität und Attraktion II

Untersuchen Sie das Stabilitäts- und Attraktivitätsverhalten der Differentialgleichungssysteme  $x' = Ax$  mit

1.  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & -4 \\ -1 & 4 & -5 \end{pmatrix}$

2.  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$