

## Übungen zur Vorlesung Analysis 1 für Lehramt – 11. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 25.01.2017

---

### AUFGABE 81 Ableitungen I

Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen. Überprüfen Sie die Lösungen mit Ihrem Lieblings-Computeralgebraprogramm.

(a)  $f(x) = 3x^{14} + 7x^6 + 21x^2 + 42x$     (b)  $g(x) = 3\sqrt{x}$     (c)  $h(x) = x \sin x$

### AUFGABE 82 Ableitungen II

Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen. Überprüfen Sie die Lösungen mit Ihrem Lieblings-Computeralgebraprogramm.

(a)  $f(x) = \frac{\arctan x}{1+x^2}$     (b)  $g(x) = \ln(3x^4 + \cos x)$     (c)  $h(x) = e^{\cos^2 x}$

### AUFGABE 83 Logarithmische Ableitung

Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion  $f(x) = x^{\sin x}$  mit Hilfe der Methode der logarithmischen Ableitung.

### AUFGABE 84 Ableitung von Umkehrfunktionen

Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion  $g(x) = \operatorname{arsinh} x$  von  $f(x) = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

### AUFGABE 85 Stetigkeit und Differenzierbarkeit

Wir betrachten die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \leq 1 \\ ax + b & , \quad x > 1 \end{cases}$$

für gewisse reelle Zahlen  $a$  und  $b$ .

- (a) Für welche Parameter  $a$  und  $b$  ist  $f$  stetig?  
(b) Für welche Parameter  $a$  und  $b$  ist  $f$  differenzierbar?

### AUFGABE 86 Mittelwertsatz

Mit Hilfe des Mittelwertsatzes der Differentialrechnung beweise man die Ungleichung

$$\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x \quad \text{für } x > 0.$$

### AUFGABE 87 Tangentengleichung

Berechnen Sie die Gleichung der Tangenten an den Graphen der Funktion  $y = f(x) = \frac{8}{4+x^2}$  im Punkt  $(2, f(2))$ .

### AUFGABE 88 Extremwerte

Welches Rechteck mit gegebenem Umfang hat die kürzeste Diagonale?