

Übungen zur Vorlesung Analysis 2 für Lehramt – 1. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 08.03.2017

AUFGABE 1 Extremwerte

Aus einem Baumstamm mit kreisförmigem Querschnitt soll ein Balken mit rechteckigem Querschnitt geschnitten werden. Die Breite des Balkens sei b und die Dicke des Balkens h . Die Festigkeitslehre lehrt, dass das Widerstandsmoment des Balkens gegen Belastung sich als $W = \frac{bh^2}{6}$ berechnen lässt. In welchem Verhältnis müssen Dicke und Breite stehen, wenn das Widerstandsmoment maximal werden soll?

AUFGABE 2 l'Hospital

Zeigen Sie für die folgenden Grenzwerte, dass die Regel von l'Hospital anwendbar ist und berechnen Sie diese.

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^n - 2^n}{x - 2}$ für $n \in \mathbb{N}$.

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 2x}$

AUFGABE 3 Kurvendiskussion

Führen Sie eine Kurvendiskussion (Definitionsbereich, Wertebereich, Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Nullstellen, Verhalten im Unendlichen und an den Rändern des Definitionsbereichs, Monotonie, Extremwerte, Konvexität, Wendepunkte, Skizze) für die Funktion $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ durch:

AUFGABE 4 Partielle Integration

Berechnen Sie Stammfunktionen der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = x \ln x$

(b) $f(x) = x^2 e^x$

AUFGABE 5 Berechnung unbestimmter Integrale I

Man berechne Stammfunktionen der folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = x(1-x)^{10}$

(b) $f(x) = \frac{x^2}{(8x^3 + 27)^{2/3}}$

AUFGABE 6 Berechnung unbestimmter Integrale II

Man berechne Stammfunktionen der folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = \sin(5x - a) - \sin(5a - x)$

(b) $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$

AUFGABE 7 Partialbruchzerlegung

Berechnen Sie Stammfunktionen der folgenden Funktionen:

$$(a) f(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$$

$$(b) f(x) = \frac{3x^2 + 6x + 5}{x^3 + x^2 + x + 1}$$

AUFGABE 8 Stammfunktion der inversen Funktion

Sei f eine differenzierbare Funktion mit $f' > 0$ für alle $x \in (a, b)$ und einer Stammfunktion F . Berechnen Sie eine Stammfunktion zur Umkehrfunktion f^{-1} . Benutzen Sie dies um (noch einmal) das Integral $\int \ln x \, dx$ zu berechnen.