*Sommersemester 2017*
A. Hinrichs, A. Lindner

# Übungen zur Vorlesung Analysis 2 für Lehramt – 4. Serie

Ankreuzen vor der Übung am 05.04.2017

---

## Aufgabe 17 **Potenzreihe einer rationalen Funktion**

Benutzen Sie die geometrische Reihe, um eine Potenzreihendarstellung $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ der Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = \frac{1+x^3}{2-x}$ zu finden. Bestimmen Sie den Konvergenzradius dieser Potenzreihe.

## Aufgabe 18 **Konvergenzradius von Potenzreihen**

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihen

(a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \left(\frac{k}{e}\right)^k x^k$

(b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3+(-2)^k}{k^3} x^k$

## Aufgabe 19 **Produkt von Potenzreihen**

Zeigen Sie: Ist $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ eine Potenzreihe mit Konvergenzradius $R > 0$, so gilt

$$\frac{1}{1-x} \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k = \sum_{k=0}^{\infty} (a_0 + a_1 + \dots + a_k) x^k \quad \text{für } |z| < \min(1, R).$$

## Aufgabe 20 arsinh-**Reihe**

Benutzen Sie die Integraldarstellung $\operatorname{arsinh} x = \int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{t^2+1}}$, um eine Reihendarstellung für $\operatorname{arsinh} x$ zu gewinnen. Orientieren Sie sich dabei an der Herleitung der arcsin-Reihe in der Vorlesung und im Skript.