

## Übungen zur Vorlesung Analysis 2 für Lehramt – 9. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 24.05.2017

---

### AUFGABE 37 Ungleichung zwischen arithmetischem und harmonischem Mittel

Wir wollen für  $x, y > 0$  die Ungleichung

$$\frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \leq \frac{x+y}{2}$$

mittels des Lagrange-Formalismus zeigen.

- Berechnen Sie mit Hilfe des Lagrange-Formalismus das Minimum der Funktion  $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  für  $x, y > 0$  unter der Nebenbedingung  $x + y = 2$ . Begründen Sie die Existenz des Minimums.
- Leiten Sie aus (a) die behauptete Ungleichung ab.

### AUFGABE 38 Abstand von einer Kurve

Berechnen Sie den Abstand des Punktes  $(3, 0)$  von der Parabel

$$P = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$$

- durch Einsetzen von  $y = x^2$  in die Zielfunktion.
- mittels der Lagrange-Methode.

HINWEIS: Im  $\mathbb{R}^2$  ist der Abstand eines Punktes  $(x_0, y_0)$  von einer Menge  $K$  definiert als

$$d = \inf_{(x,y) \in K} \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}.$$

Man kann statt  $d$  auch  $d^2$  optimieren ...

### AUFGABE 39 Extrema mit Nebenbedingungen

Man bestimme das globale Maximum und das globale Minimum der Funktion  $f(x, y) = 4x^2 - 3xy$  auf der Kreisscheibe  $K = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

### AUFGABE 40 Schokolade

Eine Firma kauft jeden Tag 1000 Rohschokoladeeinheiten (kurz RSE) Rohschokolade ein, um daraus ihre sehr beliebten Pralinen herzustellen, wozu ihr drei Maschinen zur Verfügung stehen. Die erste stellt aus jeder RSE Pralinen im Wert von 3200 Pralinenwährungseinheiten (PWE) her, verursacht jedoch pro Tag 500000 PWE Fixkosten. Die zweite Maschine hat Fixkosten von 200000 PWE und stellt aus  $x$  RSE Pralinen im Wert von  $5600x - 4x^2$  PWE her, wobei der quadratische Term auf mit zunehmender Auslastung steigende Schokoladenverdunstung zurückzuführen ist. Die dritte Maschine stellt aus  $x$  RSE Pralinen im Wert von  $8800x - 12x^2$  PWE her. Sie verursacht keine Fixkosten, jedoch zweigen die sie betreibenden Subunternehmer illegalerweise die Hälfte der Rohschokolade für eigene Zwecke ab. Wie müssen die 1000 RSE pro Tag auf die drei Maschinen aufgeteilt werden, damit der Erlös maximal wird?

Formulieren Sie das Problem als Minimierungsproblem unter Nebenbedingungen in Abhängigkeit von drei Variablen  $x, y, z$ , die die verbrauchten RSE der drei Maschinen beschreiben und lösen Sie es mit Hilfe des Lagrange-Formalismus. Überlegen Sie sich dazu, wie der Lagrange-Formalismus für Funktionen mit drei statt zwei Variablen angepasst werden muss.