

Übungen zur Vorlesung Analysis 2 für Lehramt – 13. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 21.06.2017

AUFGABE 52 Mehrdimensionales Riemann-Integral - Definition

Berechnen Sie das Integral

$$\int_{[0,1]^2} x^2 y \, d(x, y)$$

mit Hilfe der Definition des Riemann-Integrals (analog zum Beispiel $\int_{[0,1]^2} xy \, d(x, y)$ in Vorlesung und Skript.

Für die folgenden drei Aufgaben soll die Formel

$$\int_{[a_1, \beta_1] \times [a_2, \beta_2]} f(x, y) \, d(x, y) = \int_{a_2}^{\beta_2} \left(\int_{a_1}^{\beta_1} f(x, y) \, dx \right) dy$$

für die Berechnung von Integralen über Rechteckbereiche verwendet werden, auch wenn diese in der Vorlesung noch nicht besprochen wurde.

AUFGABE 53 Multivariate Integration - Rechteckbereiche I

Berechnen Sie das Integral

$$\int_{[0,1]^2} x^2 y \, d(x, y)$$

mit Hilfe der obigen Formel.

AUFGABE 54 Multivariate Integration - Rechteckbereiche II

Berechnen Sie die folgenden Integrale über die angegebenen Gebiete.

- (a) $\int_D \sin(x + y) \, d(x, y)$ mit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$
- (b) $\int_D |\cos(x + y)| \, d(x, y)$ mit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi\}$

AUFGABE 55 Inhaltsberechnung

Skizzieren Sie die Menge $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + y \leq 2, x^2 \leq y\}$ und berechnen Sie deren Flächeninhalt.