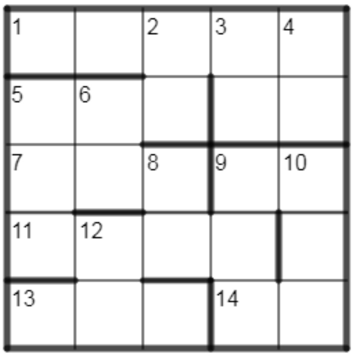
Lösungen des Monats - April 2024

Kategorie: Miximathik

Aufgabe 1: EIns, zwEI, drEI
Der Osterhase möchte, dass du heuer nicht nur Eier, sondern auch besondere Zahlen suchst und hat sich daher folgendes Kreuzzahlrätsel ausgedacht.



Waagrecht:

1) Durch 11 teilbares Palindrom
5) Durch 9 teilbar
7) Potenz von 2
8) Gerade Primzahl
9) Potenz von 2
11) Palindrom
13) Quadratzahl
14) Doppeltes eines Quadratzahl

Senkrecht:

2) Vielfaches von 17
3) Fibonaccizahl
4) Grad eines rechten Winkels
5) Quadratzahl
6) Biquadrat
8) Potenz von 3
9) Palindromquadrat
10) Zahl mit 20 Teilern
12) Primzahl

Hinweise:

- Die dicken Linien markieren jeweils das Ende einer Zahl.
- Palindrom: Eine Zahl die von vorne und hinten gelesen gleich ist, z.B. 131.
- Fibonaccizahl: Eine Zahl der Folge $0, 1, 1, 2, 3, 5, \ldots$.
- Biquadrat: Quadrat einer Quadratzahl, z.B. 16.
- Palindromquadrat: Zahl, die vorwärts und rückwärts gelesen jeweils eine Quadratzahl ist, z.B. 1089.

Gib als Lösung für die Aufgabe die Summe der 3 Lösungen von 3), 10) und 13) an!

Ergebnis: 857

Lösung: Das ausgefüllte Kreuzzahlrätsel sieht folgendermaßen aus:

9	1	6	1	9
2	8	8	3	0
5	1	2	1	6
6	7	7	6	4
1	9	6	9	8

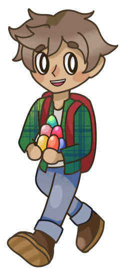
Die Lösung ist damit 3) + 10) + 13) = 13 + 648 + 196 = 857.

Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.

Aufgabe 2: SechserlEI PyramidEI
Der Osterhase möchte ein Holzknobelspiel basteln. Dazu hat er einen festen Würfel mit einem Punkt P im Inneren. Der Osterhase zerschneidet den Würfel in 6 (schiefe) Pyramiden. Jede Pyramide besitzt eine Seitenfläche des Würfels als Basisfläche und den Punkt P als Spitze. Die Volumina von fünf dieser Pyramiden betragen 2, 5, 10, 11 und 14.
Wie groß ist das Volumen der sechsten Pyramide?

Ergebnis: 6

Lösung: Sei s die Seitenlänge des Würfels. Das Volumen einer Pyramide berechnet sich als „Grundfläche mal Höhe durch 3“. Wir betrachten die Volumina der Pyramiden über zwei gegenüberliegenden Flächen. Sei h die Höhe der einen Pyramide, dann hat die gegenüberliegende Pyramide die Höhe $s - h$. Beide Pyramiden haben eine Grundfläche von s^2. Die Summe der Volumina beträgt also $\frac{s^2 h}{3} + \frac{s^2(s-h)}{3} = \frac{s^2}{3}(h + s - h) = \frac{s^3}{3}$. Diese Summe ist nicht von der Lage des Punktes P abhängig. Daraus folgt, dass wir die 6 Pyramiden zu 3 Paaren zusammenfassen können, die jeweils in Summe das gleiche Volumen haben.
Nun bleibt nur noch zu klären, welche der vorgegebenen Pyramiden zu Paaren zusammengehören. Es ist klar, dass von den 6 Pyramiden die größte mit der kleinsten ein Paar bildet, die zweitgrößte mit der zweitkleinsten und die drittgrößte mit der drittkleinsten. Nehmen wir an, die fehlende Pyramide hätte ein Volumen x kleiner als 2, dann wären die Paare $\{x, 14\}, \{2, 11\}$ und $\{5, 10\}$. Aber $2 + 11 \neq 5 + 10$. Hätte die fehlende Pyramide ein Volumen x größer als 14, so wären die Paare $\{2, x\}, \{5, 14\}$ und $\{10, 11\}$. Aber $5 + 14 \neq 10 + 11$. Daher hat die fehlende Pyramide ein Volumen x zwischen 2 und 14. Somit bilden die Pyramiden mit den Volumen 2 und 14 ein Paar, daher hat jedes Paar zusammen ein Volumen von 16. Daher bildet 5 ein Paar mit 11, und der Pyramide mit Volumen 10 fehlt ihr Gegenüber mit dem Volumen 6.



Aufgabe 3: EIfrige OsterbastelEI
HEInrich möchte einen Osterhasen basteln und hat ein quadratisches Blatt Papier mit Seitenlänge x zur Verfügung. Nach Anleitung braucht er aber ein rechteckiges Blatt, dass den gleichen Flächeninhalt wie sein Blatt hat, jedoch soll eine Seite gleich $x + 7$ sein. HEInrich schneidet einen rechteckigen Streifen mit ganzzahligen Seitenlängen vom quadratischen Blatt herunter. Diesen zerschneidet er dann so, dass er ihn an die andere Seite des Blattes ohne Überlappung kleben kann und ein Rechteck entsteht, dessen eine Seite $x + 7$ ist. Bestimme x!

Ergebnis: 42

Lösung: Das Blatt hat eine Fläche von x^2 und ist teilbar durch $x + 7$. Wir versuchen $x + 7$ aus x^2 herauszuheben. Das geht mit folgendem Trick und der dritten binomischen Formel:

$$x^2 = x^2 - 49 + 49$$
$$x^2 = (x - 7)(x + 7) + 49$$
$$x^2 - (x - 7)(x + 7) = 49$$

$x + 7$ teilt nun die linke Seite. Daher muss $x + 7$ auch die rechte Seite teilen. Der einzige Teiler von 49 der größer als 7 ist, ist 49 selbst. Daher muss gelten, dass $x + 7 = 49$ ist und somit ist $x = 42$.

Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.

JOHANNES KEPLER UNIVERSITÄT LINZ

INDUSTRIELLENVEREINIGUNG OBERÖSTERREICH