

Endklausur zur
Mathematische Statistik II

Werner G. Müller

**Institut für Angewandte Statistik (IFAS)
Johannes-Kepler-Universität Linz**

Wintersemester 2006/07

Die Klausur ist „open book“, d.h. das Referenzbuch „Statistical Inference“, 2nd edition ist als Prüfungsunterlage zugelassen.

Prüfungsdauer ist eine Stunde.

2.5.2007

1. Es sei X_1, \dots, X_n eine Zufallsstichprobe aus einer $N(\mu, \sigma^2)$ normalverteilten Grundgesamtheit, mit bekanntem μ und unbekanntem σ^2 . Finden Sie eine Waldstatistik zum Testen von $H_0: \sigma = \sigma_0$.

2. Wozu dient folgender Mathematica-code/output:

```
<<Statistics`  
f[x_] = PDF[ChiSquareDistribution[v], x]  
M[t_] = Integrate[Exp[t * x] * f[x], {x, 0, ∞},  
  Assumptions -> Re[t] < 1/2 && Re[v] > 0]  
Limit[Exp[-v * t / Sqrt[2 v]] M[t / Sqrt[2 v]], v -> ∞]
```

3. Beschreiben Sie den Unterschied bei der Interpretation von Konfidenz- und HPD- (Glaubwürdigkeits-)Intervallen.

4. Es seien X_1, X_2, \dots i.i.d. Beobachtungen aus einer Gleichverteilung auf $(0,1)$. Zeigen Sie, dass die Folge der geometrischen Mittel $\left(\prod_{i=1}^n X_i\right)^{\frac{1}{n}}$ fast sicher gegen $e^{-1} \approx 0.368$ konvergiert. Hinweis: bestimmen Sie zunächst die Verteilung der $-\log(X_i)$!