Mathematik I
WS 2014/15
5.Übungsblatt
Aufgaben für den 13.11.2014

1. **Überlagerung von Schwingungen**

   Geben Sie jeweils die Überlagerung der gleichfrequenten Schwingungen

   $$3\sin\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)-4\cos\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)$$

   in der Gestalt $A\cos(\omega t+\alpha)$ an. Zu welchen Zeitpunken $t \in [0,\pi]$ nimmt diese Schwingung ihren Maximal- bzw. Minimalwert an?

2. **Gleichungen**

   Lösen Sie die folgenden Gleichungen

   a)
   $$x^4-5x^2=-4$$

   b)
   $$x^4-6x^3+9x^2+4x=12.$$

3. **Vektorräume**

   a) Überprüfen Sie, ob $V=\mathbb{R}^2$ mit der inneren Verknüpfung $(a_1,a_2)\oplus(b_1,b_2)=(a_1+b_1,a_2+b_2)$ und der äußeren Verknüpfung $\lambda\odot(a_1,a_2)=(\lambda\cdot a_1,a_2)$ einen Vektorraum bildet.

   b) Wie a) mit der äußeren Verknüpfung $\lambda\odot(a_1,a_2)=(\lambda\cdot a_1,0)$.

   c) Überprüfen Sie, ob $V=\mathbb{R}$ mit der inneren Verknüpfung $a\oplus b=\sqrt[3]{a^3+b^3}$ und der äußeren Verknüpfung $\lambda\odot a=\sqrt[3]{\lambda}$ einen Vektorraum bildet.

4. **Lineare Unabhängigkeit**

   Überprüfen Sie, ob die folgenden Vektoren jeweils linear unabhängig sind:

   a)
   $$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

   b)
   $$\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-3\\-\frac{3}{2}\end{pmatrix}$$

   c)
   $$\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$$

   Bestimmen Sie zusätzlich für jeden Unterpunkt die lineare Hülle der Vektoren.

5. **Vektorrechnung**

   Gegeben sei ein Punkt $P = (p_1|p_2|p_3)$. Bestimmen Sie

   a) den kleinsten Abstand des Punktes von der z-Achse,

   b) den kleinsten Abstand des Punktes von der (x, y)-Ebene,

   c) den Abstand des Punktes vom Ursprung.

6. **Polynome**

   Überprüfen Sie, ob die beiden Polynome

   $$1, x^2$$

   linear unabhängig sind.

   Hinweis: Sie dürfen annehmen, dass die Gleichung

   $$\lambda_1 + \lambda_2 x^2 = 0$$

   zwei verschiedene Lösungen x_1, x_2 besitzt. Schließen Sie daraus die lineare Unabhängigkeit.