Mathematik II
SS 2015
1. Mathematicaprojekt
Aufgaben für den 01.05.2015

1. **Tangente**

   Schreiben Sie ein Modul *mytangent*$[f, x_0]$, das für eine gegebene Funktion

   $$f : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

   und $x_0 \in D$ die Tangente an f in x_0 berechnet, die Tangentengleichung in der Form

   $$y = kx + d$$

   zurückgibt und die Funktion sowie die Tangente graphisch darstellt. Testen Sie Ihr Modul an den folgenden Funktionen

   (a) $f(x) = x^2 + x - 2$ und $x_0 = 3$,

   (b) $g(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ und $x_0 = \frac{1}{2}$,

   (c) $h(x) = e^{-x^2}$ und $x_0 = 0$.

2. **Newton-Verfahren**

   Schreiben Sie ein Modul *myNewton*$[f, x_0, \epsilon]$, das für eine gegebene Funktion

   $$f : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

   die zu x_0 nächstgelegene Nullstelle von f mithilfe des Newton-Verfahrens mit Genauigkeit $\epsilon > 0$ berechnet und zurückgibt. Testen Sie Ihr Modul an den folgenden Funktionen

   (a) $f(x) = x^3 + 1$ und $x_0 = -\frac{1}{2}$,

   (b) f wie in (a) und $x_0 = 0$,

   (b) $g(x) = \cos\left(x^2\right)$ und $x_0 = \frac{1}{2}$.

3. **Interpolation**

   Schreiben Sie ein Modul *myInterpolation*$[D]$, das für eine gegebene Datenmatrix D der Form

   $$D = \{\{x_1, y_1\}, \ldots, \{x_N, y_N\}\}$$

   das zugehörige Interpolationspolynom berechnet und die Datenpunkte sowie das Polynom graphisch darstellt. Testen Sie Ihr Modul an der Datenreihe

   $$(20, 12.57), (30, 12.69), (40, 12.97), (50, 13.11), (60, 13.20),$$
   $$(70, 13.29), (80, 13.41), (90, 13.61), (100, 14.77).$$

4. **Rationale Funktionen**

   Bestimmen Sie die Polstellen, Nullstellen, Asymptoten und das Grenzverhalten der Funktionen

(a) $f(x) = \frac{x^4 - 7x^3 + 15x^2 - 21x + 36}{x^2 - 7x + 6}$

(b) $g(x) = \frac{x^4 - 3x^2 + x + 5}{x^{11} - 3x^{10} - x^9 + 7x^8 - 9x^7 + 23x^6 - 11x^5 - 3x^4 - 4x^3 - 32x^2 - 16}$

und stellen Sie Ihre Ergebnisse graphisch dar.

5. **Kurvendiskussion**

Bestimmen Sie die Nullstellen, Wendestellen, lokalen und globalen Extrema sowie das Monotonieverhalten der Funktionen

(a) $f(x) = x^{1/x}$ für $x \in \mathbb{R}_0^+$,

(b) $g(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ für $x \in [-1, 6]$.

6. **Wiensches Verschiebungsgesetz**

Das Emissionsvermögen eines schwarzen Körpers ist nach dem Plankschen Strahlungesetz durch

$$E(\lambda) = \frac{c^2 h}{\lambda^5 \left(e^{\frac{ch}{k\lambda T}} - 1 \right)}$$

gegeben. Hierbei bezeichne λ die Wellenlänge der Strahlung, T die absolute Temperatur des Körpers, c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, h das Planksche Wirkungsquantum und k die Boltzmann-Konstante. Bestimmen Sie, für welche Wellenlänge λ_{max} das Emissionsvermögen bei konstanter Temperatur maximal ist und schließen Sie daraus das Wiensche Verschiebungsgesetz:

$$\lambda_{max} T = const.$$

Stellen Sie weiters das Emissionsvermögen graphisch dar.