Stochastische Processe, Übungen, WS 2017/2018

3. Übungsblatt, für den 09.11.2017

Beispiel 11
Aus dem Einheitsintervall werden zufällig zwei Punkte ausgewählt. Man bestimme die Verteilung ihres Abstandes Z und berechne den Erwartungswert $\mathbb{E}[Z]$.

Beispiel 12
Aus dem Einheitsintervall werden zufällig zwei Punkte ausgewählt. Man bestimme die Verteilung der Summe Z ihrer Abstände vom Ursprung und ermittle den Erwartungswert und berechne den Erwartungswert $\mathbb{E}[Z]$.

Beispiel 13
Die stetige Zufallsvariable Z besitze die Verteilungsdichte einer Dreieckverteilung, d.h. der Graph von $f_Z(x)$ bildet über dem Intervall $[a-b, a+b]$, $a \in \mathbb{R}, b > 0$, ein gleichschenkeliges Dreieck und ist außerhalb von $[a-b, a+b]$ gleich Null. Berechnen Sie die Verteilungsfunktion $F_Z(x)$, den Erwartungswert und die Varianz von Z.

Beispiel 14
An einer Kreuzung ist eine Verkehrsampel, die abwechselnd rot bzw. grün für jeweils a Sekunden zeigt. Ein Autofahrer kommt an die Kreuzung heran. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion, die Verteilungsdichte sowie den Erwartungswert der Wartezeit Z.

Beispiel 15
Gegeben ist die gemeinsame Verteilungsdichte für die Zufallsvariablen (X_1, X_2),

$$f_{X_1,X_2}(x_1, x_2) = \begin{cases} 4x_1x_2e^{-(x_1^2+x_2^2)}, & x_1 > 0,\, x_2 > 0, \\ 0, & x_1 \le 0 \text{ oder } x_2 \le 0. \end{cases}$$

Man bestimme die Marginalverteilungsdichten $f_{X_1}(x)$ und $f_{X_2}(x)$, den Erwartungswerte $\mathbb{E}[X_1]$ und $\mathbb{E}[X_2]$, sowie die Kovarianz und den Korrelationskoeffizient von X_1 und X_2.