

**Mathematik III - Gewöhnliche  
Differentialgleichungen  
WS 2013/14  
7. Übungsblatt  
Aufgaben für den 25.11.2013**

1. Gegeben sei folgendes Anfangswertproblem

$$x'(t) = tx(t) - x^2(t) \quad x(0) = 2.$$

Überprüfen Sie die Voraussetzungen für die sukzessive Substitution nach Picard-Lindelöf, führen Sie das Verfahren (manuell) bis zur 2. Ordnung durch und schätzen Sie den Fehler an der Stelle  $t = 2$  ab.

2. Gegeben sei folgendes Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} x'(t) &= 2t y(t) & x(1) &= -2 \\ y'(t) &= -x(t) - y(t) & y(1) &= 1. \end{aligned}$$

Führen Sie die sukzessive Substitution bis zur 2. Ordnung durch und schätzen Sie den Fehler ab.

3. Überprüfen Sie beim Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} x'(t) &= 2ty(t), & x(1) &= -2, \\ y'(t) &= -x(t) - y(t), & y(1) &= 1 \end{aligned}$$

die Voraussetzungen für die Taylor-Entwicklung, führen Sie das Verfahren bis zur 2. Ordnung durch und schätzen Sie den Fehler ab (Intervall konstruieren).

4. Gegeben sei folgendes Anfangswertproblem

$$x'(t) = (x(t) + t)e^{-t}, \quad x(1) = 0.$$

Berechnen Sie mittels des Verfahrens von Runge bzw. Kutta eine Zwei-Schritt-Näherung für die Lösung im Punkt  $t = 1.5$  und vergleichen Sie die Näherungen mit dem tatsächlichen Wert.