

**Mathematik III - Gewöhnliche
Differentialgleichungen
WS 2013/14
9. Übungsblatt
Aufgaben für den 09.12.2013**

1. Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= x_1(t)x_2(t) \\ x_2'(t) &= 4 - x_2^2(t)\end{aligned}$$

Bestimmen Sie alle Librationspunkte des Differentialgleichungssystems und skizzieren Sie das Vektorfeld der Tangenten an die Wertebereiche (Symmetrien ausnützen). Skizzieren Sie jeweils anhand des Vektorfeldes qualitativ den Verlauf der Lösungen von $x_1(t)$ und $x_2(t)$.

2. Bestimmen Sie für das System

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= 4x_1(t) + 5x_2(t) \\ x_2'(t) &= -x_1(t)\end{aligned}$$

eine Fundamentalmatrix und den Matrizen zum Punkt 0. (Hinweis: 1. Gleichung ableiten, mithilfe der 2. Gleichung bekommt man eine lineare DGL 2. Ordnung (in x_1), diese mit $x_1(0) = a_1$ lösen, daraus $x_2(t)$ mit der Anfangsbedingung $x_2(0) = a_2$ berechnen, daraus erhält man den Matrizen.)

3. Für folgendes lineare System bestimme man den Matrizen zum Punkt 1

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= x_1(t) \\ x_2'(t) &= tx_1(t) - x_2(t)\end{aligned}$$

indem man das System für geeignete Anfangswerte löst. Man löse damit das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= x_1(t) + t^2 & \dots & x_1(1) = -1 \\ x_2'(t) &= tx_1(t) - x_2(t) + 1 & \dots & x_2(1) = 1\end{aligned}$$