

**Mathematik III - Gewöhnliche  
Differentialgleichungen  
WS 2013/14  
11.Übungsblatt  
Aufgaben für den 13.01.2014**

1. Gegeben sei folgendes Differentialgleichungssystem.

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= x_1(t) - 2x_2(t) - x_3(t) + t^2 \sin(t) \\x_2'(t) &= x_1(t) - x_2(t) + x_3(t) - e^{-t} - \cos(t) \\x_3'(t) &= -x_3(t) + (1-t)^2 + 3 \sin(t)\end{aligned}$$

Bestimmen Sie eine Fundamentalmatrix für das System.

2. Gegeben sei folgendes Anfangswertproblem

$$x'''(t) + 9x'(t) = h(t), \quad x''(0) = x'(0) = 1, \quad x(0) = 0,$$

wobei

$$h(t) = \begin{cases} 0, & t < 2\pi \\ 1, & t \geq 2\pi. \end{cases}$$

Lösen Sie das Anfangswertproblem mittels Laplacetransformation, wobei Sie bei der Rücktransformation des inhomogenen Teils ein Faltungsintegral lösen. Überprüfen Sie bei der Lösung nur Anfangsbedingungen.

3. Gegeben sei ein System von DGLen

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= x_1(t) + x_3(t) + 3 \\x_2'(t) &= x_2(t) + x_3(t) \\x_3'(t) &= x_1(t) - x_2(t) + 3x_3(t) + 1.\end{aligned}$$

Welche Stabilitätsaussage können Sie über Lösungen des Systems machen?

4. Untersuchen Sie das Stabilitäts- und Attraktivitätsverhalten des folgenden DGLs-Systems:

$$\begin{aligned}x'(t) &= -x(t) + \frac{1}{1+t^2}y(t) + 1 + t \\y'(t) &= x(t) - y(t) - t\end{aligned}$$

mit der ausgezeichneten Lösung  $\varphi(t) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$ .

**Hinweis:** Behandeln Sie das DGLsSystem wie ein nichtlineares DGLsSystem mit dominierendem linearem Anteil.

5. Gegeben sei ein System von DGLen mit  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Welche Stabilitätsaussagen können Sie abhängig von  $\alpha$  über welche Lösungen des Systems machen?

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= \alpha x_1(t) + x_2(t) \cos(t) \\x_2'(t) &= \alpha x_2(t)\end{aligned}$$