Zuverlassigkeitstheorie Übungen
SS 2017
6. Übungsblatt
Aufgaben für den 11.05.2017

1. Gegeben ist ein System S mit unbekannten Komponenten $K_1, \ldots, K_5$, siehe Abbildung 1, wobei $T_i \sim \mathcal{E}(\lambda_i)$. Es wird angenommen, dass

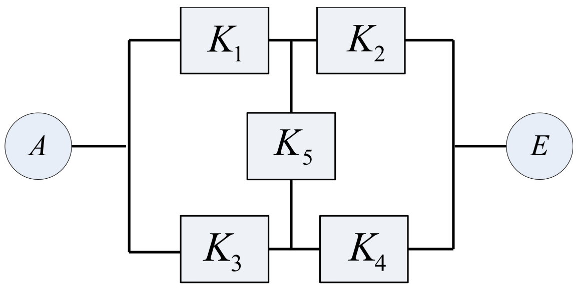

Abbildung 1: Schaltung des Systems S

$$\lambda_i = \alpha\theta_i, \quad \alpha = 0.001,\, \theta_1 = 2.5,\, \theta_2 = 1.5,\, \theta_3 = 1.0,\, \theta_4 = 0.5,\, \theta_5 = 0.1.$$

Bestimmen Sie die exakte Funktion für die Überlebenswahrscheinlichkeit und eine Approximation mit der Weibullverteilung. Stellen Sie die beiden Funktionen graphisch dar.

2. Wir betrachten ein Seriensystem mit n unabhängigen Komponenten und bekannten Ausfallraten $\lambda_{T_i}(t)$. Zeigen Sie, dass für die Lebensdauer T des Systems die Beziehung

$$\mathbb{E}[T] = \int_0^\infty e^{-\int_0^t \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_{T_i}(u)du} dt$$

gilt.

3. Jede der Städte A, B und C ist mit den beiden anderen verbunden. Die Verbindung zwischen A und B besitzt die Lebensdauer-Verteilungsfunktion $F_{AB}(t)$. Die Verbindung zwischen A und C besitzt die Lebensdauer-Verteilungsfunktion $F_{AC}(t)$. Die Verbindung zwischen B und C besitzt die Lebensdauer-Verteilungsfunction $F_{BC}(t)$. Das Verbindungsnetz gilt als ausgefallen, wenn mindestens eine Stadt isoliert ist. In alle andere Fälle gilt es als nicht-ausgefallen. Eine Ausfallsversicherung ist untersuch.

(a) Geben Sie die Lebensdauer-Verteilungsfunktion $F(t)$ des Netzes. Beweisen Sie, dass $F(t)$ IFR ist, wenn

$$F_{AB}(t) = F_{AC}(t) = F_{BC}(t) = 1 - e^{-\lambda t},\, t \geq 0.$$

(b) Untersuchen Sie, ob $F(t)$ IFR wäre, wenn

$$F_{AB}(t) = 1 - e^{-\lambda t},\, F_{AC}(t) = 1 - e^{-2\lambda t},\, F_{BC}(t) = 1 - e^{-3/2\lambda t},\, t \geq 0.$$

4. Betrachten wir ein System mit 3 unabhängigen Komponenten (siehe Abbildung 2), wobei $T_1 \sim \mathcal{W}(\lambda = 1, \beta = 2)$, $T_2, T_3 \sim \mathcal{E}(2)$. Bestimmen Sie die analytische Formel für die Ausfallrate des Systems. Ist die entsprechende Verteilungsfunktion IFR- oder DFR-Verteilung?

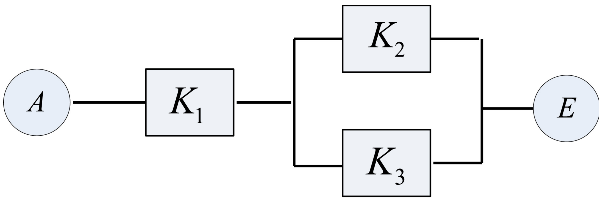

Abbildung 2: Schaltung des Systems S

5. Die Lebensdauer des Systems ist mit Wahrscheinlichkeit 0.2 exponentialverteilt mit dem Parameter $\lambda_1 = 4.0$ und mit Wahrscheinlichkeit 0.8 exponentialverteilt mit dem Parameter $\lambda_2 = 0.5$. Bestimmen Sie die Verteilung der Lebesdauer des Systems. Zu welcher Klasse gehört diese Verteilung? Bestimmen Sie die obere und untere Schranken für die Verteilungsdichte $f_T(t)$. Stellen Sie die Funktionen graphisch dar.

6. Ein Seriensystem besteht aus zwei unabhängigen Komponenten mit potenzverteilten Lebensdauern $T_1 \sim \mathcal{PT}(4,5)$ und $T_2 \sim \mathcal{PT}(1,5)$. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion und den Erwartungswert der Lebensdauer des Systems. Bestimmen Sie die untere Schranke für die Funktion $R(t)$, wenn $k = 1$. Stellen Sie die beiden Funktionen graphisch dar.