

Zuverlässigkeitstheorie Übungen
SS 2017
8. Übungsblatt
Aufgaben für den 01.06.2017

1. Bestimmen Sie für die Stichprobe *Erlang.txt* die Konfidenzintervalle mit Niveau $1 - \alpha$ ($\alpha = 0.05$)
 - a) anhand der asymptotischen Normalverteilung;
 - b) anhand der χ^2 Verteilung.

Stellen Sie diese Intervalle in Abhängigkeit von Stichprobenumfang $n = 1, \dots, 50$ graphisch dar und vergleichen Sie diese Funktionen.

2. Für das zwei-parametrische Familie $P_X = \{\mathcal{W}(\lambda, \beta) | \{\lambda, \beta\} \in (0, \infty) \times (0, \infty)\}$ für die Verteilung der Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n sind Maximum-Likelihood-Schätzer für die Parameter λ und β gesucht. Bestimmen Sie die entsprechende Schätzwerte für eine Stichprobe *Weibull.txt* sowie die Konfidenzintervalle.
3. Bei Betriebsbeginn $t_0 = 0$ werden $n = 10$ Komponenten in Betrieb genommen. Ein Lebensdauertest wird zu dem Zeitpunkt $t_1 = 2$ abgebrochen, wobei zwei Komponenten mit Lebensdauern $x_{(1)} = 0.826$ und $x_{(2)} = 1.319$ bis zu diesem Zeitpunkt ausfallen. Es wird angenommen, dass die Lebensdauer einer Komponente $T \sim \mathcal{W}(\lambda = 0.08, \beta)$. Bestimmen Sie mit der Maximum-Likelihood-Methode einen Schätzwert $\hat{\beta}$ für den unbekannt Parameter β .
4. Sei X ein Lebensdauer eines Gerätes mit einer Verteilungsfunktion $F_X(t|\alpha, \beta)$. Zur Zeit $t_0 = 0$ beginnt man einen Lebensdauertest. Die Zustände der n Geräten werden zu den Zeitpunkten $t_1 = T$, $t_2 = 2T$ und $t_3 = 3T$ registriert. Im Zeitintervall $[0, T]$ ausfallen k_1 Geräte, im Zeitintervall $[T, 2T]$ ausfallen k_2 Geräte und die restlichen $n - k_1 - k_2$ Geräte ausfallen im Intervall $[2T, 3T]$. Bestimmen Sie das allgemeine Formel für die Maximum-Likelihood-Funktion und ermitteln Sie den Schätzer für die unbekannt Parameter α und β .
5. Die folgenden Daten geben die Lebensdauern von $n = 13$ gleichartigen Komponenten. Der Lebensdauertest wird nach dem $r = 10$ -ten Ausfall abgebrochen,

0.22, 0.50, 0.88, 1.00, 1.32, 1.33, 1.54, 1.76, 2.50, 3.00.

- (a) Es wird angenommen, dass das Lebensdauer weibullverteilt ist. Ermitteln Sie mit den Graphischen Methoden (Papier) die Schätzwerte für die Parameter λ und β . Schätzen Sie das 0.1-Quantile $t_{0.1}$ dieser Verteilung.
 - (b) Bestimmen Sie die Maximum-Likelihood Schätzer für die Parameter λ und β der Weibullverteilung.
6. Gegeben sind $n = 25$ Duraluminachsen. Sei T eine Lebensdauer der Achse, wobei $T \sim \mathcal{W}(\lambda, \beta)$. Ein Lebensdauertest besteht darin, dass für jede Achse ein Experiment (mechanische Belastung-Auslastung) 90 Millionen Mal wiederholt wird. Die folgende Ergebnisse werden registriert: Im Intervall $[0,45]$ (Millionen Zyklus) ausfallen 7 Achsen, im Intervall $[45,90]$ ausfallen 13 Achsen und 5 Achsen haben den Test bestanden.

Ermitteln Sie den Maximum-Likelihood Schätzer für die Parameter λ und β . Prüfen Sie graphisch (mit Mathematica, ContourPlot), ob die gefundene Schätzwerte die Maximum-Likelihood Funktion wirklich maximieren.