Übung 5

zur Vorlesung "Bedienungstheorie"

5.1 Aufgabe

Eine Firma will eine Autowaschanlage zu installieren. Es wird angenommen, dass die Autos nach dem Poisson-Prozess mit dem Mittelwert 20 Autos pro Stunde ankommen, wobei zwei Autos gleichzeitig bedient werden können. Die Bedienzeit ist exponentiellverteilt mit dem Mittelwert 5 Minuten. Wie groß ist die erwartete Warteschlangelänge vor der Anlage?

5.2 Aufgabe

In der Aufgabe 5.1 nehmen Sie an, dass die angekommenen Autos solange warten müssen, bis zwei Autos gemeinsam gewaschen werden können. Wie groß ist in diesem Fall die erwartete Warteschlangelänge vor der Anlage? Vergleichen Sie das Ergebniss mit der Aufgabe 8.3.

5.3 Aufgabe

Gegeben sei das System $E_k/E_n/1/1$ (ohne Warteraum: Wenn ein neue Kunde kommt und den Server besetzt ist, dann geht diesen Kunde verloren). Sei $(i,\ j)$ beschreiben Systemzustände: Die Ankunft ist in Phase $i = \{1,\ 2,\ ...,\ k\}$ und die Bedienung ist in Phase $j = \{0,\ 1,\ 2,\ ...,\ n\}$, wobei $j = 0$ bedeutet, dass das Server frei ist. Die mittlere Verweilzeit des Systems beträgt in jeder Ankunftsphase bzw. in jeder Bedienungsphase beträgt $\frac{1}{k\lambda}$ bzw. $\frac{1}{n\mu}$.

(a) Skizzieren Sie den Übergangsgraph.

(b) Schreiben Sie die Gleichungssystem für die $p_{i,j}$ aus, $1 \le i \le k$, $0 \le j \le n$.

5.4 Aufgabe

Gegeben sei ein $M/E_r/1/1$ - Warteschlangensystem (ohne Warteraum). Sei j =die Anzahl von Phasen , an deren Kunde noch im System verweilt, bis seine letzte Phase abgearbeitet ist und p_i die Wahrscheinlichkeit, dass die Bedienung in Phase $i = \{0,\ 1,\ 2,\ ...,\ r\}$ ist.

(a) Bestimmen Sie p_j, $0 \le j \le r$.

(b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das System besetzt ist.

5.5 Aufgabe

Gegeben sei ein $M/H_2/1/1$ - Warteschlangensystem (ohne Warteraum) mit hyperexponential Bedienung, wobei $\mu_1 = 2\,\mu\alpha_1$ und $\mu_2 = 2\,\mu(1-\alpha)$.

(a) Bestimmen Sie die Gleichgewicht-Wahrscheinlichkeit, dass das System leer ist.

(b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Bedienung in der Phase 1 ist.

(c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das System nicht leer ist.

5.6 Aufgabe

Gegeben sei das $H_2/M/1/2$ –Warteschlangensystem mit $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 1$, $\mu = 2$ und $\alpha_1 = \frac{5}{8}$.

Beschreiben Sie die Systemzustände mit einer Markov-Kette. Bestimmen Sie die Gleichgewicht-Wahrscheinlichkeiten.