

Übung 2

1. Man finde die Gleichungen zweier Ebenen, die sich in der Geraden $X = (7, -5, 5) + \lambda(-4, -2, 1)$ schneiden.
2. Sei ϵ die Ebene $X = \lambda(1, -1, 2) + \mu(3, 0, -2)$. Man berechne die Spiegelung des Punktes $(2, -2, 1)$ an der Ebene.
3. Beweisen Sie für Vektoren $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ im 3-dim. Raum:

(a) $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = -(\mathbf{v} \times \mathbf{u})$

(b) $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{u} \times \mathbf{v} + \mathbf{u} \times \mathbf{w}$, $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times \mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{w} + \mathbf{v} \times \mathbf{w}$. Wie kann man Teil 2 (schneller) aus Teil 1 bekommen ?

4. Zeigen Sie: In einem Tetraeder ist die Summe der nach außen gerichteten Normalvektoren auf die Seitenflächen, deren Länge gleich dem Flächeninhalt der entsprechenden Seite ist, gleich 0.
5. Bestimmen Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems:

$$x + 2y - 3z + 2w = 2$$

$$2x + 5y - 8z + 6w = 5$$

$$3x + 4y - 5z + 2w = 4$$

6. Für welche reellen Zahlen α hat das lineare Gleichungssystem keine, genau eine bzw. mehrere Lösungen ?

$$x \quad -3z = -3$$

$$2x + \alpha y - z = -2$$

$$x + 2y + \alpha z = 1$$