

Algebra (Informatik)

12. Übungsblatt für den 24. Juni 2013

(1) Sei $A := \begin{pmatrix} -1 & 18 \\ 2 & 16 \end{pmatrix}$.

(a) Bestimmen Sie für alle $(i, j) \in \{1, 2\} \times \{1, 2\}$ die Determinante der Matrix $A^{i,j}$.

(b) Bestimmen Sie für alle $(i, j) \in \{1, 2\} \times \{1, 2\}$ die Determinante der Matrix $A_{i,j}$.

(c) Bestimmen Sie die Determinante von A durch Entwickeln nach der 2. Spalte.

(2) Bestimmen Sie x_1 für die Lösung folgender Gleichungssysteme mithilfe der Cramerschen Regel!

(a) $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 41 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$.

(b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Welches Problem stellt sich hier?

(3) Berechnen Sie (etwa mithilfe des Skalarprodukts) die Fläche des von den Vektoren $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ aufgespannten Parallelogramms. In welchem Zusammenhang

steht diese Fläche zur Determinante von $\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$?

(4) Sei σ die Spiegelung, die jeden Punkt der Ebene an der Geraden $g : 3x - 4y = 0$ spiegelt.

(a) Berechnen Sie $A_{\sigma;B,B}$ für $B = \left(\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \right)$.

(b) Berechnen Sie $A_{\sigma;E,E}$.

(c) Berechnen Sie $\det(A_{\sigma;B,B})$ und $\det(A_{\sigma;E,E})$.

(5) Welche der folgenden Gleichungen gelten für alle regulären Matrizen X und alle Matrizen A, B ?

(a) $\det(X \cdot A \cdot X^{-1}) = \det(A)$.

(b) $\det(A \cdot B) = \det(B \cdot A)$.

(c) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$.