

Algebra für Informatik (2014S)

1. Übungsblatt

für den 10. März 2014

1. Gegeben seien die beiden Vektoren

$$u = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie

- (a) $u + v$;
- (b) $u - v$;
- (c) $2u, -5v$;
- (d) $\langle u, v \rangle$;
- (e) $\|u\|, \|v\|$;
- (f) Den von u und v eingeschlossenen Winkel α (in Grad und Radiant);
- (g) $\cos \alpha, \sin \alpha$.

2. Gegeben seien die Punkte

$$P = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie den Vektor v , der von P nach Q führt.
 - (b) Zu welchem Punkt führt v , wenn man in P bzw. Q bzw. im Nullpunkt startet?
 - (c) Bestimmen Sie den Mittelpunkt M von P und Q .
 - (d) Zu welchem Punkt führt v , wenn man in M startet?
3. Von einem Parallelogramm mit den Eckpunkten A, B, C, D (A gegenüber von C) und Mittelpunkt M (Schnitt der Diagonalen) sind die Punkte

$$B = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

gegeben. Bestimmen Sie die Koordinaten der restlichen Punkte sowie den Schnittwinkel der Diagonalen.

4. Ein Dreieck hat die Seitenlängen 6, 8, und 9. Bestimmen Sie die Größe der Winkel.

5. Der Winkel zwischen den gleichen Schenkeln eines gleichschenkeligen Dreiecks beträgt 40° , die Länge der diesem gegenüberliegenden Seite ist 10 m. Berechnen Sie die restlichen Seitenlängen und Winkel.
6. Der Eckpunkt A eines Dreiecks hat die Koordinaten $(2, 1)$. Der Vektor $B - A$ hat dieselbe Richtung und Orientierung wie der Vektor $(4, 3)$, aber die Länge 20. Der Vektor $C - A$ hat dieselbe Richtung wie der Vektor $(0, 1)$, und der Vektor $C - B$ hat dieselbe Richtung wie der Vektor $(-1, 1)$. Berechnen Sie alle Punkte des Dreiecks, die Längen aller Seiten sowie die Größe aller Winkel.
7. Zeigen Sie, dass das Skalarprodukt im \mathbb{R}^2 die folgenden Eigenschaften besitzt:

- (a) Für alle Vektoren $u, v \in \mathbb{R}^2$ und reellen Zahlen $\lambda \in \mathbb{R}$ gilt

$$\langle \lambda u, v \rangle = \lambda \langle u, v \rangle = \langle u, \lambda v \rangle.$$

- (b) Für alle Vektoren $u, v, w \in \mathbb{R}^2$ gilt

$$\langle u + v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle.$$

8. Verwenden Sie das Skalarprodukt, um zu beweisen, dass in jedem Parallelogramm die Summe der Quadrate aller Seitenlängen gleich der Summe der Quadrate der beiden Diagonalenlängen ist.