# Algebra für Informatik (2014S)

## 2. Übungsblatt

für den 17. März 2014

1. Bestimmen Sie eine Gleichung, deren Lösungsmenge die Gerade
$$X = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$
ist.

2. Ein Fußgänger startet im Punkt $\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$ und bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 4 km/h in Richtung $\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$. Eine Läuferin startet im Nullpunkt und verfolgt ihn mit 15 km/h. An welchem Punkt wird die Läuferin den Fußgänger einholen?
(Hinweis: Die Einheit im Koordinatensystem beträgt 1km.)

3. Gegeben seien zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$. Ermitteln Sie eine *Formel* für den Vektor $\vec{p}$, der sich als Normalprojektion des Vektors $\vec{b}$ auf den Vektor $\vec{a}$ ergibt.
(Hinweis: $\vec{p}$ hat natürlich die Form $\lambda\vec{a}$. Drücken Sie $\lambda$ mit Hilfe des Skalarprodukts aus.)

4. Zeigen Sie für beliebige Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$:
$$\|\vec{a} + \vec{b}\|^2 - \|\vec{a} - \vec{b}\|^2 = 4\langle \vec{a}\,,\, \vec{b}\rangle.$$

5. Es seien $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$. Beweisen Sie, dass $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ genau dann, wenn $\vec{a} = 0$ oder ein $\lambda \in \mathbb{R}$ existiert mit $\vec{b} = \lambda\vec{a}$.
(Hinweis: Cauchy-Ungleichung.)

6. Rechnen Sie die Lagrange-Identität nach, d.h. für alle $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in \mathbb{R}^3$:
$$\langle \vec{a} \times \vec{b}\,,\, \vec{c} \times \vec{d}\rangle = \langle \vec{a}\,,\, \vec{c}\rangle\langle \vec{b}\,,\, \vec{d}\rangle - \langle \vec{b}\,,\, \vec{c}\rangle\langle \vec{a}\,,\, \vec{d}\rangle.$$

7. Zeigen Sie, dass für alle $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$ gilt:
$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \langle \vec{c}\,,\, \vec{a}\rangle\vec{b} - \langle \vec{b}\,,\, \vec{a}\rangle\vec{c}.$$

8. Geben Sie die Ebene
$$e = \left\{ \left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right) + a \left(\begin{smallmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{smallmatrix}\right) + b \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) : a, b \in \mathbb{R} \right\}$$
in impliziter Form an. Geben Sie eine beliebige Gerade an, die in der Ebene $e$ liegt.