

Algebra für Informatik (2014S)

8. Übungsblatt

für den 12. Mai 2014

1. Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 & -8 \\ 2 & 0 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & -6 & -3 & 9 \\ -1 & 1 & 4 & 2 & -4 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 3 & -8 \\ 2 & -2 & -4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 9 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & -4 & 0 & 2 \\ 3 & -3 & -6 & -3 & 12 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 & -8 \\ 2 & 0 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & -6 & -3 & 9 \\ -1 & 1 & 4 & 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie für jeden der Zeilenräume $Z(A), Z(B), Z(C), Z(D)$ eine Basis und entscheiden Sie, welche dieser Zeilenräume gleich sind.

2. Bestimmen Sie eine Basis des Nullraums von

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -8 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -8 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Bestimmen Sie für jede der Matrizen in Aufgabe 1 eine Basis des Nullraums. Welche davon sind gleich?

4. Seien S und T wie in Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Lösungen des Gleichungssystems

$$Sx = 0 \text{ bzw. } Tx = 0$$

in parametrisierter Form.

5. Seien A, B, C, D wie in Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichungssysteme $Ax = 0$, $Bx = 0$, $Cx = 0$ bzw. $Dx = 0$, jeweils in parametrisierter Form.
6. Sei A eine Matrix und a ein Element einer Basis von $Z(A)$ sowie b ein Element einer Basis von $N(A)$. Zeigen Sie, dass a und b linear unabhängig sind.
7. Seien

$$x_1 = (1, -2, 1, -8, 0, 0, -1),$$

$$x_2 = (0, 0, 0, 0, 1, 0, -1),$$

$$x_3 = (0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)$$

Bestimmen Sie ein Gleichungssystem dessen Lösung mit $L(x_1, x_2, x_3)$ übereinstimmt.

8. Seien

$$x_1 = (1, 3, 4, 2, -8),$$

$$x_2 = (2, 0, -4, -2, 2),$$

$$x_3 = (0, -3, -6, -3, 9),$$

$$x_4 = (-1, 1, 4, 2, -4)$$

Bestimmen Sie ein Gleichungssystem dessen Lösung mit $L(x_1, x_2, x_3, x_4)$ übereinstimmt.