

Übung 2

1. Sei (V, \sqcap, \sqcup) ein Verband. Zeigen Sie, dass die Idempotenz von \sqcap und \sqcup aus den restlichen Verbandsgesetzen folgt. Hinweis: Betrachten Sie für $x \in V$ das Element $x \sqcap (x \sqcup (x \sqcap x))$
2. Sei (V, \sqcap, \sqcup) ein Verband. Zeigen Sie, dass dann auch (V, \sqcup, \sqcap) ein Verband ist. Wie lautet die Verbandsordnung von (V, \sqcup, \sqcap) ?
3. Welche der Verbände aus Übung 1, Bsp.2,3 sind distributiv, komplementär bzw. eine Boole'sche Algebra?
4. Sei (V, \sqcap, \sqcup) ein Verband, \leq die Verbandsordnung von V . Beweisen Sie:
Aus $x_1 \leq x_2, y_1 \leq y_2$ folgt $x_1 \sqcap y_1 \leq x_2 \sqcap y_2$ und $x_1 \sqcup y_1 \leq x_2 \sqcup y_2$.
5. Zeigen Sie die folgenden Ungleichungen in einem beliebigen Verband V :
 - a. $\forall x, y, z \in V : x \sqcap (y \sqcup z) \geq (x \sqcap y) \sqcup (x \sqcap z)$
 - b. $\forall x, y, z \in V : x \sqcup (y \sqcap z) \leq (x \sqcup y) \sqcap (x \sqcup z)$