

### Übung 3

1. Zeigen Sie, dass die beiden Distributivgesetze für Verbände äquivalent sind.
2. Finden Sie einen Ordnungshomomorphismus zwischen 2 Verbänden, der kein Verbandshomomorphismus ist.
3. (a) Finden Sie einen Verbandsepimorphismus von  $(\mathbb{N}, \text{ggT}, \text{kgV})$  nach  $(\mathbb{N}_0, \min, \max)$ .  
(b) Geben Sie einen Monomorphismus von  $(\mathbb{N}, \text{ggT}, \text{kgV})$  nach  $(\mathbb{N}_0^{\mathbb{N}}, \min, \max)$  an.  
Für Folgen  $a = (a_1, a_2, \dots), b = (b_1, b_2, \dots) \in \mathbb{N}_0^{\mathbb{N}}$  ist hier

$$\begin{aligned}\min(a, b) &= (\min(a_1, b_1), \min(a_2, b_2), \dots), \\ \max(a, b) &= (\max(a_1, b_1), \max(a_2, b_2), \dots).\end{aligned}$$

(Hinweis: Definieren Sie die Funktionen und weisen Sie die gewünschten Eigenschaften nach.)

4. Sei

$$B = \{A \subseteq \mathbb{N} \mid A \text{ ist endlich oder das Komplement von } A \text{ ist endlich}\}.$$

Zeigen Sie:

- (a)  $(B, \cap, \cup)$  ist ein Boolescher Verband.
- (b) Es gibt keine Menge  $M$ , sodass  $(B, \cap, \cup)$  isomorph zu  $(P(M), \cap, \cup)$  ist.