

# Algebra für Informatik (2015S)

## 3. Übungsblatt

für den 23. März 2015

1. Vom Quadrat  $ABCD$  haben wir folgende Angaben:

(a)  $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

(b)  $B$  liegt auf der Geraden

$$g_B : X = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

(c) Die Seitenlänge des Quadrats ist 25.

(d) Die Eckpunkte sind gegen den Uhrzeigersinn mit  $A, B, C, D$  beschriftet.

Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes  $C$ .

2. Geben Sie die Gerade

$$e = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

als Lösungsmenge von zwei Gleichungen in drei Variablen an.

3. (a) Geben Sie die Ebene  $e : x - 2y + 6z = 10$  durch einen Punkt auf der Ebene und zwei Richtungsvektoren an.

(b) Geben Sie die Gerade  $g : x + y + z = 3, x + z = 0$  durch einen Punkt auf der Geraden und einen Richtungsvektor an.

4. Bestimmen Sie die implizite Darstellung jener Geraden, die parallel zur Geraden  $g$  mit

$$g : X = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

sind und von dieser Abstand 15 haben.

5. Zeigen Sie, dass für alle  $a, b \in \mathbb{R}^3$  gilt:

$$a \times b = -b \times a.$$

6. Beweisen Sie Satz 1.15.(2): Für alle Vektoren  $a, b \in \mathbb{R}^3$  gilt

$$\|a \times b\|^2 = \|a\|^2 \|b\|^2 - \langle a, b \rangle^2.$$

7. Zeigen Sie: Für alle Vektoren  $a, b \in \mathbb{R}^3$  gilt:  $a \times b = 0$  genau dann wenn  $a = 0$  oder  $b$  ein Vielfaches von  $a$  ist.

Hinweis: Verwenden Sie Satz 1.15.(2) und Satz 1.11.

8. Bestimmen Sie den Abstand des Punktes  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  von der Ebene  $e$ .

$$e : X = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \\ 30 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$