

# Algebra für Informatik (2016S)

## 1. Übungsblatt

für den 14. März 2016

1. Gegeben seien die Punkte

$$P = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie den Vektor  $v$ , der von  $P$  nach  $Q$  führt.
  - (b) Zu welchem Punkt führt  $v$ , wenn man in  $P$  bzw.  $Q$  bzw. im Nullpunkt startet?
  - (c) Bestimmen Sie den Mittelpunkt  $M$  von  $P$  und  $Q$ .
  - (d) Zu welchem Punkt führt  $v$ , wenn man in  $M$  startet?
2. Von einem Parallelogramm mit den Eckpunkten  $A, B, C, D$  ( $A$  gegenüber von  $C$ ) und Mittelpunkt  $M$  (Schnitt der Diagonalen) sind die Punkte

$$B = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Bestimmen Sie die Koordinaten der restlichen Punkte sowie die Längen der Diagonalen.

3. Vor langer Zeit wurde einem Forscher am Rande der Wüste von einem Ort 20 Kameltagesreisen weiter südlich berichtet, wo zur Sommersonnenwende die Sonne sich mittags am Grunde der tiefsten Brunnen spiegelt. Er stellte nun fest, dass die Sonne am Ort seiner Wirkungsstätte zu dieser Zeit zwar auch hoch am Himmel steht, aber mit der vertikalen Linie immer noch einen Winkel von  $7^\circ 12'$  einschließt. Wie konnte unser Forscher damit den Durchmesser der Erde bestimmen? Und wie lange ist folglich eine Kameltagesreise?
4. Ein Dreieck hat die Seitenlängen 5, 7, und 9. Bestimmen Sie die Größe der Winkel.
5. Der Winkel zwischen den gleichen Schenkeln eines gleichschenkeligen Dreiecks beträgt  $50^\circ$ , die Länge der diesem gegenüberliegenden Seite ist 5 m. Berechnen Sie die restlichen Seitenlängen und Winkel.
6. Der Eckpunkt  $A$  eines Dreiecks hat die Koordinaten  $(1, 0)$ . Der Vektor  $B - A$  hat dieselbe Richtung und der Vektor  $(4, 3)$ , aber die Länge 20. Der Vektor  $C - A$  ist parallel zum Vektor  $(0, 1)$ , und der Vektor  $C - B$  ist parallel zum Vektor  $(-1, 1)$ . Berechnen Sie alle Punkte des Dreiecks, die Längen aller Seiten sowie die Größe aller Winkel.

7. Sie verlassen eine gerade Straße, die die beiden Orte  $A$  und  $B$  verbindet. Bevor Sie  $B$  erreichen, haben Sie jedoch Zweifel, ob das der richtige Weg ist, und gehen geradeaus in eine andere Richtung weiter, bis Sie sich nach  $10\text{ km}$  um  $140^\circ$  nach rechts drehen und dabei den Ort  $B$  gerade vor sich sehen. Sie gehen nun geradeaus auf  $B$  zu und müssen dabei noch  $5\text{ km}$  zurücklegen. Wie groß ist die Strecke auf der geraden Straße zwischen  $A$  und  $B$ , die sie nicht benutzt haben?
8. Es seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  drei Punkte auf einer Kreislinie mit Mittelpunkt  $M$ , sodass der der Mittelpunkt innerhalb des Dreiecks mit den Eckpunkten  $A, B, C$  liegt. Es sei  $\gamma$  der Winkel in diesem Dreieck beim Eckpunkt  $C$ . Betrachten wir ferner das Dreieck mit den Eckpunkten  $A, B, M$  sowie dessen Winkel  $\zeta$  beim Eckpunkt  $M$ . Zeigen Sie

$$\zeta = 2 \cdot \gamma.$$

Schließen Sie daraus, dass die Größe des Winkels  $\alpha$  bereits durch Verhältnis der Länge der Strecke von  $A$  nach  $B$  zum Kreisdurchmesser bestimmt ist, also unabhängig von  $C$  ist.

Hinweis: Verbinden Sie  $M$  mit  $C$ , damit das große Dreieck in 3 kleinere aufgeteilt wird. Vergleichen Sie die entstehenden Winkel und verwenden Sie, dass in einem gleichschenkeligen Dreieck auch die entsprechenden Winkel gleich groß sind.