

Algebra für Informatik (2016S)

2. Übungsblatt

für den 4. April 2016

1. Von einem Dreieck kennt man die Längen zweier Seiten $b = 5$ und $c = 7$ sowie den Winkel $\beta = \frac{\pi}{6}$. Wie groß ist der Winkel γ und wie groß ist der Umfang des Dreiecks?
2. Zeigen Sie, dass das Skalarprodukt für beliebige Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$ die folgenden Eigenschaften besitzt:
 - (a) $\langle \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + \vec{b} \rangle = \langle \vec{a}, \vec{a} \rangle + 2\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle + \langle \vec{b}, \vec{b} \rangle$
 - (b) $\langle \vec{a} - \vec{b}, \vec{a} - \vec{b} \rangle = \langle \vec{a}, \vec{a} \rangle - 2\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle + \langle \vec{b}, \vec{b} \rangle$
 - (c) $\langle \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b} \rangle = \langle \vec{a}, \vec{a} \rangle - \langle \vec{b}, \vec{b} \rangle$

Schließen Sie daraus, dass die Diagonalen eines Rhombus normal aufeinander sind.

3. Beweisen Sie Satz 1.15(1) im Skriptum, d.h. zeigen Sie dass das Kreuzprodukt zweier Vektoren im \mathbb{R}^3 normal auf jeden dieser beiden Vektoren ist.
4. Ein Fußgänger startet im Nullpunkt und bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h in Richtung $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$. Ein Radfahrer startet eine halbe Stunde später im Nullpunkt und verfolgt ihn mit 20 km/h. Nach wievielen Minuten und wo holt der Radfahrer den Fußgänger ein und wie weit sind beide dabei vom Start entfernt?
5. Bestimmen Sie die Menge aller Vektoren, die auf den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ normal sind. Welches geometrische Objekt wird dadurch in der Ebene beschrieben?
6. Bestimmen Sie je eine Gleichungsform der folgenden beiden Geraden:

$$g : X = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$h : X = \begin{pmatrix} 7 \\ 22 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Wo schneiden sich diese Geraden und welchen Winkel schließen sie ein?

7. Bestimmen Sie je eine Parameterform der folgenden beiden Geraden:

$$g : 8x - 3y = -1$$

$$h : 2x - 3y = -1$$

Auf welchen der beiden Geraden liegen die Punkte $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1/3 \end{pmatrix}$?

8. Gegeben sei die Gerade $g : 5x - 3y = -1$ und der Punkt $P = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Wie weit ist P von g entfernt?

Hinweis: Bestimmen Sie dazu eine Gerade h , die normal auf g ist und durch den Punkt P geht. Die Entfernung von P zu g entspricht der Entfernung von P zum Schnittpunkt von g und h .