

# Algebra für Informatik (2016S)

## 9. Übungsblatt

für den 30. Mai 2016

1. Bestimmen Sie die Lösungsmenge von

$$3x + 3y + 2z = 2.$$

2. Es sei  $B = \left( \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \right)$  und  $U = L(B)$ .

(a) Welcher Vektor  $w$  hat bezüglich  $B$  die Koordinaten  $(w)_B = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ?

(b) Welche Koordinaten hat  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix}$  bezüglich  $B$ ?

(c) Versuchen Sie die Koordinaten von  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$  bezüglich  $B$  zu bestimmen.

3. Gegeben seien

$$B = \left( \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \right)$$
$$C = \left( \begin{pmatrix} 24 \\ -2 \\ 31 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 18 \\ -2 \\ 24 \end{pmatrix} \right)$$

(a) Zeigen Sie, dass  $B$  und  $C$  Basen desselben Unterraums von  $\mathbb{R}^3$  sind.

(b) Vom Vektor  $v$  kennen wir

$$(v)_C = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie  $(v)_B$ .

4. (a) Bestimmen Sie alle Teiler von 252 und 120.

(b) Bestimmen Sie alle gemeinsamen Teiler von 252 und 120.

(c) Finden Sie eine Zahl, deren Teiler genau die gemeinsamen Teiler von 252 und 120 sind.

(d) Bestimmen Sie alle Teiler von 0.

5. Bestimmen Sie mit der in Satz 6.5 beschriebenen Methode den größten gemeinsamen Teiler von

(a) 167 und 115;

(b) 259 und 378.

6. Seien  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Zeigen Sie direkt aus den Definitionen:

(a)  $d \mid a$  und  $d \mid b \implies d \mid a + b$  und  $d \mid a - b$ .

(b)  $d \mid a \implies d \mid a \cdot c$ .

7. Seien  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  und  $(x, y)$  eine ganzzahlige Lösung der Gleichung  $ax + by = c$ . Zeigen Sie, dass dann

$$\text{ggT}(a, b) \mid c.$$

8. Sei  $n \in \mathbb{N}$  und  $p_1, p_2, \dots, p_n$  eine endliche Liste von Primzahlen.

- (a) Zeigen Sie, dass für kein  $p_i$  aus dieser Liste gilt:

$$p_i \mid p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n + 1.$$

- (b) Schließen Sie daraus, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. (Sie dürfen dabei verwenden, dass jede Zahl  $> 1$  durch eine Primzahl teilbar ist.)