

Einführung in die Algebra, 2.Übungsblatt am 17.03.2016

1. Beispiel 1.28, Nr.1 im Skriptum.
2. Beispiel 1.33, Nr.1 im Skriptum.
3. Beispiel 1.24, Nr.1 im Skriptum.
4. Zeigen Sie für eine Gleichung $ax + by = c$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$.
 - a. Die Gleichung hat genau dann eine ganzzahlige Lösung $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$, wenn $\text{ggT}(a, b) \mid c$ gilt.
 - b. Kürzt man durch $\text{ggT}(a, b)$, dann kann man $\text{ggT}(a, b) = 1$ annehmen. Ist in diesem Fall (x_0, y_0) eine spezielle Lösung, dann ist die Menge aller ganzzahligen Lösungen durch $\{(x_0 + tb, y_0 - at) \mid t \in \mathbb{Z}\}$ gegeben.
5. Zeigen Sie für $n, m \in \mathbb{N}$:
 - a. $\text{ggT}(2^m - 1, 2^n - 1) = 2^{\text{ggT}(n, m)} - 1$
 - b. Falls $2^n - 1$ eine Primzahl ist, dann ist auch n prim.